

PROBLEMAS RESUELTOS 1. LOS NÚMEROS REALES ...

009 Efectúa con la calculadora las siguientes operaciones, dando el resultado en forma de fracción propia o número mixto y fracción impropia. 1/2/3/4E
1B

(a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} : \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}$	(b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$	(c) $\frac{4}{5} : \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$
---	--	---

(d) $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{6}$	(e) $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$	(f) $\frac{4}{3} : \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$
---	---	---

SOLUCIONES

(a) $1\frac{1}{12} = \frac{13}{12}$ (b) 0 (c) $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$ (d) $1\frac{1}{15} = \frac{16}{15}$ (e) $\frac{2}{3}$ (f) $3\frac{1}{6} = \frac{19}{6}$ (g) $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (h) $\frac{-11}{30}$ (i) $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$

010 Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones; comprueba alguna de ellas. 1/2/3/4E
1B

(g) $87 : 9$

$$\frac{87}{9} = 9\frac{2}{3}$$

iOjo! $\rightarrow 9\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 9\frac{6}{9}$

Cociente: 9 ; resto: 6	Hemos dividido entre 9
------------------------	------------------------

011 Escribe las siguientes fracciones en tu calculadora y simplifícalas; en caso de obtener un número mixto escribe, además, la fracción impropia equivalente. 1/2/3/4E
1B

(k) $135/225$ $\frac{3}{5}$	(l) $85/135$ $2\frac{3}{7} = \frac{17}{7}$
--------------------------------	---

012 Calcula rápidamente el máximo común divisor de las siguientes parejas de números. 1/2/3/4E
1B

(e) 50 y 60 $\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ MCD $\rightarrow 50 : 5 = 10$ MCD $\rightarrow 60 : 6 = 10$ MCD(50, 60) = 10	(f) 75 y 80 $\frac{75}{80} = \frac{15}{16}$ MCD $\rightarrow 75 : 15 = 5$ MCD $\rightarrow 80 : 16 = 5$ MCD(75, 80) = 5
--	---

(g) 1250 y 530 $\frac{530}{1250} = \frac{53}{125}$ MCD $\rightarrow 530 : 53 = 10$ MCD $\rightarrow 1250 : 125 = 10$ MCD(1250, 530) = 10	(h) 3458 y 1530 $\frac{1530}{3458} = \frac{765}{1729}$ MCD $\rightarrow 1530 : 765 = 2$ MCD $\rightarrow 3458 : 1729 = 2$ MCD(3458, 1530) = 2
--	---

013 Expresa en forma decimal las siguientes cantidades de tiempo: 1/2/3/4E
1B

(d) 3 horas y 45 minutos:

$$3\frac{45}{60} = 3\frac{3}{4} = 3.75 \text{ horas.}$$

Clasifica los siguientes números:

(a) Indicando a los diferentes conjuntos de números a los que pertenecen, con su abreviatura correspondiente.

(b) En caso de ser fraccionario, calcula la fracción que lo genera, es decir, su fracción generatriz irreducible.

(c) En caso de ser irracional, averigua su valor aproximado con un mínimo de 6 cifras decimales.

052 2.325137684... 2/3/4E

\mathbb{N} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'



No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

053	ϕ (Número de oro)	2/3/4E
-----	------------------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033989\dots$$

054	e	2/3/4E
-----	-----	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

$$e = 2.718281828\dots$$

055	e^2	2/3/4E
-----	-------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

$$e^2 = 7.389056099\dots$$

056	0.051515...	2/3/4E
-----	-------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 0.0\overline{51} &= \\ &= \frac{51-0}{990} = \frac{51}{990} = \frac{17}{330} \end{aligned}$$

057	3.63862957349...	2/3/4E
-----	------------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

058	0.0222...	2/3/4E
-----	-----------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 0.0\overline{2} &= \\ &= \frac{2-0}{90} = \frac{1}{45} \end{aligned}$$

059 *	Sea $P = 23.3\overline{145}$, se pide: (a) Clasifica dicho número. (b) Halla la fracción generatriz de dicho número.	2/3/4E
----------	---	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 23.3\overline{145} &= \\ &= \frac{233145-2331}{9900} = \frac{230814}{9900} = \frac{115407}{4950} = \frac{38469}{1650} = \frac{12823}{550} \end{aligned}$$

060	- 2.34444...	2/3/4E
-----	--------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 2.\overline{34} &= \\ &= \frac{234-23}{90} = \frac{211}{90} \\ -2.34444\dots &= -\frac{211}{90} \end{aligned}$$

061	1.2345645645...	2/3/4E
-----	-----------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$1.234\overline{56} =$$

$$= \frac{123456-123}{99900} = \frac{123333}{99900} = \frac{41111}{33300}$$

062	2.3232	2/3/4E
-----	--------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 2.3232 &= \\ &= \frac{23232}{10000} = \frac{1452}{625} \end{aligned}$$

063	$\sqrt[3]{-3}$	2/3/4E
-----	----------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

$$\sqrt[3]{-3} = -1.24573094\dots$$

064	0.325	2/3/4E
-----	-------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 0.325 &= \\ &= \frac{325}{1000} = \frac{13}{40} \end{aligned}$$

065	0.28571428571...	2/3/4E
-----	------------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 0.28571428571\dots &= \overline{0.285714} = \\ &= \frac{285714-0}{999999} = \frac{95238}{333333} = \frac{31746}{111111} = \frac{10582}{37037} = \frac{962}{3367} = \frac{74}{259} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

066	$\sqrt{81}$	2/3/4E
-----	-------------	--------

$$\sqrt{81} = 9$$

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

067	$\sqrt[4]{2.28}$	2/3/4E
-----	------------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

$$\sqrt[4]{2.28} = 1.228807099\dots$$

068	$\sqrt[3]{3.134}$	2/3/4E
-----	-------------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

No tiene fracción generatriz ya que se trata de un número **IRRACIONAL**

$$\sqrt[3]{3.134} = 1.256665807\dots$$

069	3.51231231...	2/3/4E
-----	---------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 3.51\overline{23} &= \\ &= \frac{35123-35}{9990} = \frac{35088}{9990} = \frac{5848}{1665} \end{aligned}$$

070	28.35222...	2/3/4E
-----	-------------	--------

\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$\begin{aligned} 28.35\overline{2} &= \\ &= \frac{28352-2835}{900} = \frac{25517}{900} \end{aligned}$$

071	54.67777...	2/3/4E/1B
-----	-------------	-----------



\mathbb{R} Periódico puro Decimal exacto Periódico mixto I N Z Q Z'

$$54.\overline{67} = \\ = \frac{5467 - 546}{90} = \frac{4921}{90}$$

Clasifica las siguientes fracciones, sin efectuar la operación, a través del estudio de los factores de cada número:

010	3/7	2/3/4E
-----	-----	--------

R, Q, fraccionario, periódico puro.

011	27/5	2/3/4E
-----	------	--------

R, Q, fraccionario, decimal exacto

012	$\sqrt{\frac{9}{16}}$	3/4E
-----	-----------------------	------

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} = \frac{3}{2^2}$$

R, Q, fraccionario, decimal exacto.

Expresa los siguientes números como decimales:

004	- 2/10	2/3/4
-----	--------	-------

$$\frac{-2}{10} = \frac{-1}{5} = -0.2 \rightarrow \text{Decimal exacto.}$$

005	2/11	2/3/4
-----	------	-------

$$\frac{2}{11} = 0.181818... \rightarrow \text{Periódico puro.}$$

006	2/26	2/3/4
-----	------	-------

$$\frac{2}{26} = \frac{1}{13} = 0.076923076... \rightarrow \text{Periódico puro.}$$

OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS RACIONALES

Efectúa las siguientes operaciones de forma lo más exacta posible, es decir, calculando previamente las fracciones generatrices cuando sea necesario:

004	$1.\overline{8} - 0.0\overline{8} : 0.\overline{4}$	3/4E/1B
-----	---	---------

RESOLUCIÓN:

$$1.\overline{8} = \frac{18-1}{9} = \frac{17}{9}$$

$$0.0\overline{8} = \frac{8-0}{90} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$$

$$0.\overline{4} = \frac{4}{9}$$

$$1.\overline{8} - 0.0\overline{8} : 0.\overline{4} = \frac{17}{9} - \frac{4}{45} : \frac{4}{9} = \frac{17}{9} - \frac{36}{180} = \text{(mcm: 180)} \\ = \frac{340-36}{180} = \frac{304}{180} = \frac{76}{45}$$

007	$0.\overline{185} : 0.0\overline{2}$	3/4E/1B
-----	--------------------------------------	---------

RESOLUCIÓN:

$$0.\overline{185} =$$

$$= \frac{185-0}{999} = \frac{185}{999} = \frac{5}{27}$$

$$0.0\overline{2} =$$

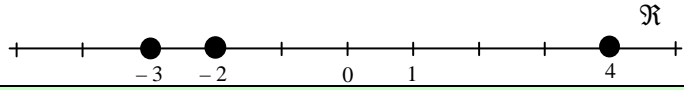
$$= \frac{2-0}{90} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

$$\frac{5}{27} : \frac{1}{45} = \frac{5 \cdot 45}{27 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 9 \cdot 5}{9 \cdot 3 \cdot 1} = \frac{25}{3}$$

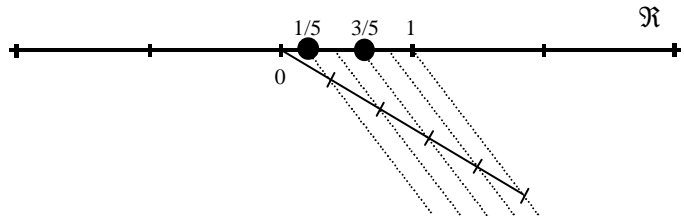
REPRESENTACIÓN EN LA RECTA DE LOS NÚMEROS REALES

Representa en la recta Real EXACTAMENTE los siguientes números, justificando lo que haces:

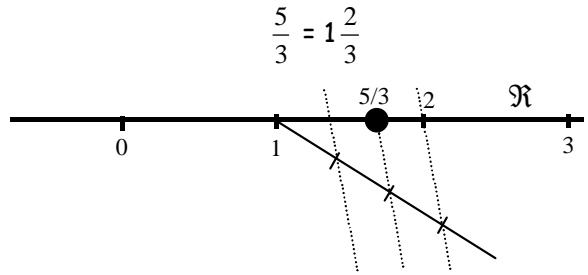
004 -3, -2, 4 3/4E/1B



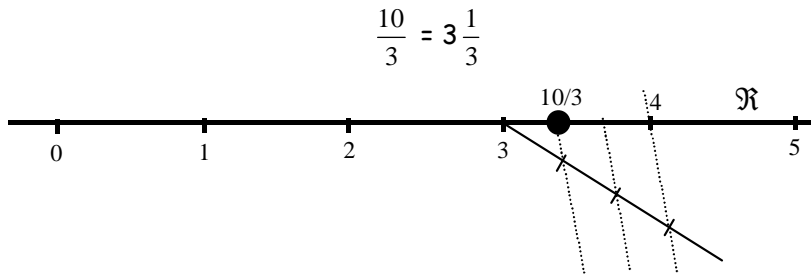
008 $1/5$, $3/5$ 3/4E/1B



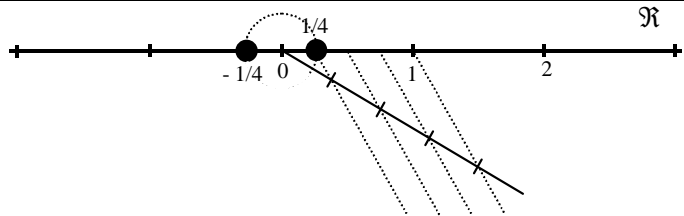
016 $5/3$ 3/4E/1B



017 $10/3$ 3/4E/1B



018 $-1/4$ 3/4E/1B



033 $\sqrt{18}$ 3/4E/1B

A right-angled triangle is drawn with a horizontal base of length 4 and a vertical height of length 1. The hypotenuse is labeled 'h'. A vertical dotted line is drawn from the top vertex to the number line at the point $\sqrt{17}$. A horizontal dotted line is drawn from the top vertex to the number line at the point $\sqrt{18}$. A solid black dot is placed at $\sqrt{18}$ on the number line. The number line has tick marks at 1, 2, 3, 4, $\sqrt{17}$, and $\sqrt{18}$. The symbol for real numbers, \mathbb{R} , is at the right end.

$$h^2 = c^2 + c^2$$

$$h^2 = \sqrt{17}^2 + 1^2$$

$$h^2 = 18$$

$$h = \pm \sqrt{18} \rightarrow \sqrt{18}$$



<p>Veámoslo de otra forma:</p> <p>ClassPad 300 de CASIO</p>		$h^2 = c^2 + c^2$ $h^2 = 3^2 + 3^2$ $h^2 = 9 + 9$ $h = \pm \sqrt{18} \rightarrow \sqrt{18}$
---	--	---

034	$\sqrt{38}$	3/4E/1B
-----	-------------	---------

	<p>Aplicamos el teorema de Pitágoras</p> $h^2 = c^2 + c^2$ $h^2 = \sqrt{37}^2 + 1^2$ $h^2 = 38$ $h = \pm \sqrt{38} \rightarrow \sqrt{38}$
--	---

001	Ordena los siguientes números de menor a mayor. Justifica lo que haces.	2/3/4E
-----	---	--------

(d) $\frac{4}{12}, \frac{3}{8}, \frac{7}{20}$ y $\frac{9}{10}$

<p> Método de reducción a común denominador:</p> <p>mcm: 120</p> $\frac{40}{120}, \frac{45}{120}, \frac{42}{120}, \frac{108}{120}$ $\frac{40}{120} < \frac{42}{120} < \frac{45}{120} < \frac{108}{120}$ $\frac{4}{12} < \frac{7}{20} < \frac{3}{8} < \frac{9}{10}$	<p>Método de expresión en forma decimal:</p> $\frac{4}{12} = 0.33... \quad , \quad \frac{3}{8} = 0.375,$ $\frac{7}{20} = 0.35 \quad , \quad \frac{9}{10} = 0.9$ $\frac{4}{12} < \frac{7}{20} < \frac{3}{8} < \frac{9}{10}$
--	--

002	En cada una de las siguientes desigualdades escribe los posibles números que faltan:	3/4E
-----	--	------

(d) $\frac{4}{3} \leq \frac{?}{3} \leq \frac{5}{3}$

Algunos valores de "?" podrían ser:

$\frac{4}{3} \leq \frac{4}{3} \leq \frac{5}{3}$;	$\frac{4}{3} \leq \frac{5}{3} \leq \frac{5}{3}$
---	---	---

(e) $\frac{1}{6} \leq \frac{?}{5} \leq \frac{3}{30}$

Reducimos a común denominador: (30)

$$\frac{5}{30} \leq \frac{a}{30} \leq \frac{3}{30}$$

Es imposible encontrar ningún número que verifique esta desigualdad ya que $\frac{5}{30}$ no es menor que $\frac{3}{30}$