005	Un almacén distribuye cierto producto que fabrican 3 marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 gramos y su precio es de 100 €, la marca B lo envasa en cajas de 500 gramos a un precio de 180 € y la marca C lo hace en cajas de 1 kilogramo a un precio de 330 €. El almacén vende a un cliente 2.5 kilogramos de este producto por un importe de 890 €. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, plantea un sistema para determinar cuántas cajas de cada tipo se han comprado y resuelve el problema.	1/2BS

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "Número de cajas de la marca A".

y ≡ "Número de cajas de la marca B".

z ≡ "Número de cajas de la marca C".

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{cases} 250x + 500y + 1000z = 2500 \\ 100x + 180y + 330z = 890 \\ x + y + z = 5 \end{cases} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 25x + 50y + 100z = 250 \\ 10x + 18y + 33z = 89 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN CON LÁPIZ Y PAPEL

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\begin{array}{c} (-25) \\ (1) \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 25 & 50 & 100 & 250 \\ 10 & 18 & 33 & 89 \end{array}\right) \begin{array}{c} (-10) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la tercera con las indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-8) \\ (25) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 25 & 75 & 125 \\ 0 & 8 & 23 & 39 \end{array}\right)$$

Fijamos la primera y segunda filas y modificamos la 3ª con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 25 & 75 & 125 \\ 0 & 0 & -25 & -25 \end{array}\right)$$

$- 25z = - 25$ **z = 1**

$25y + 75z = 125 \rightarrow 25y = 125 - 75 \cdot 1 \rightarrow 25y = 50$ **y = 2**

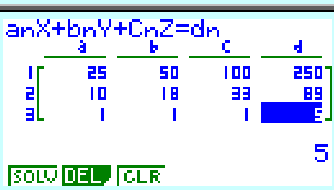
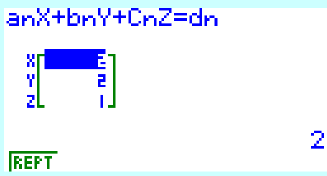
$x + y + z = 5 \rightarrow x = 5 - y - z \rightarrow x = 5 - 2 - 1$ **x = 2**

SOLUCIÓN:

Si atendemos a las soluciones el sistema es COMPATIBLE DETERMINADO:

$x = 2$; $y = 2$; $z = 1$

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

	SOLV F1	

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

El lote está envasado en 5 cajas de las cuales 2 cajas son de la marca A, 2 cajas de la marca B y 1 caja de la marca C.

010	En una granja se venden pollos, pavos y perdices a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 €/Kg., respectivamente. En cierta semana los ingresos totales de la granja ascendieron a 3425.77 €. Además se sabe que la cantidad de pollo vendida superó en 100 Kg a la de pavo y que se vendió de perdiz la mitad que la de pavo. (a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad vendida de cada tipo de carne. (b) Resuelve dicho sistema y comenta los resultados.	1/2BS

RESOLUCIÓN apartado a

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "Cantidad de kg de pollo vendidos".

y ≡ "Cantidad de kg de pavo vendidos".

z ≡ "Cantidad de kg de perdiz vendidos".

PLANTEAMIENTO:

$$\left\{\begin{array}{c} 1.2x + 0.9y + 2.4z = 3425.77 \\ x = y + 100 \\ 2z = y \end{array}\right. \quad \begin{array}{c}\rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\end{array} \quad \left\{\begin{array}{c} 1.2x + 0.9y + 2.4z = 3425.77 \\ x - y = 100 \\ - y + 2z = 0 \end{array}\right.$$

RESOLUCIÓN CON LÁPIZ Y PAPEL apartado b

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\begin{array}{c} (-1) \\ (1.2) \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1.2 & 0.9 & 2.4 & 3425.77 \\ 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

Fijamos la 1ª y 3ª filas y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda:

$$\begin{array}{c} \\ (-1) \\ (2.1) \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1.2 & 0.9 & 2.4 & 3425.77 \\ 0 & -2.1 & -2.4 & -3305.77 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

Fijamos la primera y segunda filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1.2 & 0.9 & 2.4 & 3425.77 \\ 0 & -2.1 & -2.4 & -3305.77 \\ 0 & 0 & 6.6 & 3305.77 \end{array}\right)$$

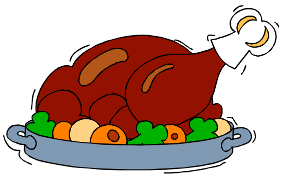
$$6.6z = 3305.77 \quad \rightarrow \quad z = \frac{3305.77}{6.6}$$

z = 500.874

$$- 2.1y - 2.4z = - 3305.77 \quad \rightarrow \quad - 2.1y = 2.4z - 3305.77$$

$$- 2.1y = 2.4\cdot(500.87) - 3305.77$$

$$- 2.1y = - 2103.682 \quad \rightarrow \quad 2.1y = 2103.682$$



y = 1001.748

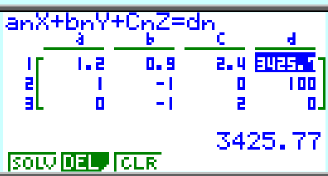
$$1.2x + 0.9y + 2.4z = 3425.77$$

$$1.2x = - 0.9 \cdot 1001.75 - 2.4 \cdot 500.87 + 3425.77$$

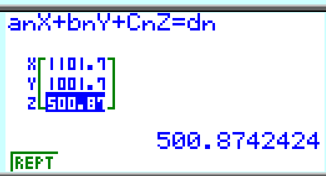
$$1.2x = 1322.107$$

x = 1101.748

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS



SOLV
F1



ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Las cantidades de carne de pollo, pavo y perdiz vendidas son, respectivamente, 1101.75, 1001.75 y 500.87 kilogramos.

011	Un distribuidor de material escolar ha clasificado 120 lápices en cajas de tres tamaños: 3 de tipo pequeño, 5 mediano y 2 grande. Una vez clasificados han sobrado 6 lápices. Además se sabe que las cajas medianas contienen el doble que las cajas pequeñas y las grandes el triple. Plantea un sistema para determinar el número de lápices que contiene cada tipo de caja y resuelve el problema.	1/2BS

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "Número de lápices que contiene la caja pequeña".

y ≡ "Número de lápices que contiene la caja mediana".

z ≡ "Número de lápices que contiene la caja grande".

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{array}{c} 3x + 5y + 2z = 120 - 6 \\ y = 2x \\ z = 3x \end{array} \quad \begin{array}{c} \to \\ \to \\ \to \end{array} \quad \begin{array}{r} \mathbf{3x + 5y + 2z = 114} \\ \mathbf{-2x + y = 0} \\ \mathbf{-3x + z = 0} \end{array}$$

RESOLUCIÓN CON LÁPIZ Y PAPEL apartado (b)

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\begin{array}{c} \\ (2) \\ (3) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} (1) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la tercera con las indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-5) \\ (13) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 0 & 13 & 4 & 228 \\ 0 & 5 & 3 & 114 \end{array}\right)$$

Fijamos la primera y segunda filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 0 & 13 & 4 & 228 \\ 0 & 0 & 19 & 342 \end{array}\right)$$

$19z = 342$ **z = 18**

$13y + 4z = 228 \to 13y = 228 - 4\cdot 18 \to 13y = 156$ **y = 12**

$3x + 5y + 2z = 114 \to 3x = 114 - 5\cdot 12 - 2\cdot 18 \to 3x = 18$ **x = 6**

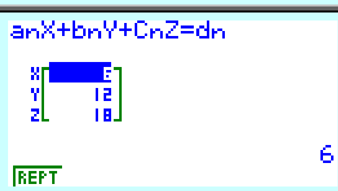
SOLUCIÓN:

Si atendemos a las soluciones el sistema es COMPATIBLE DETERMINADO:

$x = 6 \;;\; y = 12 \;;\; z = 18$

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

SOLV
F1



ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Cada caja pequeña contiene 6 lápices, las de tamaño mediano contienen 12 lápices y las grandes, 18 lápices.

014	En dos grupos de Bachillerato A y B, había en el curso 95, un cierto número de alumnos. En el curso 96, se aumentaron 5 alumnos a A y 6 a B, resultando éste con doble número de alumnos. En el curso 97, se aumentaron 2 a B, y se redujo en 4 alumnos el grupo A, resultando este grupo con la tercera parte de alumnos que en B. (a) Plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuántos alumnos había en A y en B en el curso 95. (b) Resuelve dicho sistema y comenta los resultados.	1/2BS

RESOLUCIÓN apartado a

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "Número de alumnos del grupo A en el curso 95"

y ≡ "Número de alumnos del grupo B en el curso 95"

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{array}{c} 2\,(x+5) = y+6 \\ 3\,(x+1) = y+8 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 2x+10 = y+6 \\ 3x+3 = y+8 \end{array} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} 2x - y = -4 \\ 3x - y = 5 \end{array}}$$

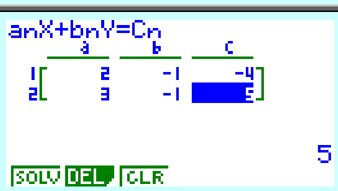
RESOLUCIÓN CON LÁPIZ Y PAPEL apartado b

Resolvemos el sistema por el método de reducción:

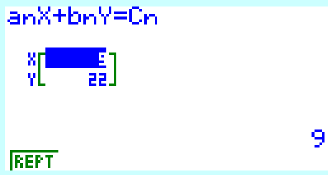
$$\begin{array}{cccc} (-1) & 2x & -y = & -4 \\ (1) & 3x & -y = & 5 \end{array}\Bigg\} \rightarrow \begin{array}{ccc} -2x & +y = & 4 \\ 3x & -y = & 5 \end{array}\Bigg\} \qquad x = 9$$

$$y = 4 + 2x \rightarrow y = 22$$

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS



SOLV
F1



ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

En el curso 95 había 9 alumnos en el grupo A y 22 en el grupo B

016	Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas, A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?	1/2BS SEL Murcia J1993

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "Capacidad en litros del recipiente A"

y ≡ "Capacidad en litros del recipiente B".

z ≡ "Capacidad en litros del recipiente C".

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{array}{c} x = 2y \\ x+y+z = 24 \\ x+y = 12 \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x - 2y = 0 \\ x+y+z = 24 \\ x+y = 12 \end{array}}$$

RESOLUCIÓN:

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

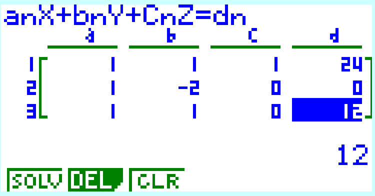
$$\begin{array}{c} (-1) \\ (1) \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 12 \end{array}\right) \begin{array}{c} (-1) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha

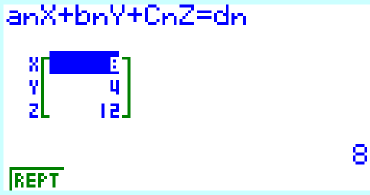
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 0 & -3 & -1 & -24 \\ 0 & 0 & -1 & -12 \end{array}\right)$$

- z = - 12 **z = 12**	- 3y - 12 = - 24 - 3y = - 12 → **y = 4**	x + 4 + 12 = 24 x = 24 - 4 - 12 → **x = 8**

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS



SOLV F1



ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Los recipientes A, B y C tienen una capacidad de, respectivamente, 8, 4 y 12 litros.

017	Una marca comercial utiliza tres ingredientes (A, B y C) en la elaboración de tres tipos de pizzas (P_1, P_2 y P_3). P_1 se elabora con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; P_2 con 2 unidades de A, 1 de B y 1 de C, y P_3 con 2 unidades de A, 1 de B y 2 de C. El precio de venta es de 7.21 € para P_1, 6.16 para P_2 y 7.36 para P_3. Sabiendo que el margen comercial (beneficio) es de 2.4 € en cada una de ellas, ¿qué le cuesta a dicha marca comercial cada unidad de A, B y C? Justificar la respuesta.	1/2BS SEL Extrem J1995

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

$x \equiv$ "Precio, en €, de la unidad A"

$y \equiv$ "Precio, en €, de la unidad B"

$z \equiv$ "Precio, en €, de la unidad C"

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 7.21 - 2.4 \\ 2x + y + z = 6.16 - 2.4 \\ 2x + y + 2z = 7.36 - 2.4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = 4.81 \\ 2x + y + z = 3.76 \\ 2x + y + 2z = 4.96 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN:

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\begin{array}{c} (-2) \\ (1) \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4.81 \\ 2 & 1 & 1 & 3.76 \\ 2 & 1 & 2 & 4.96 \end{array}\right) \begin{array}{c} (-2) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha

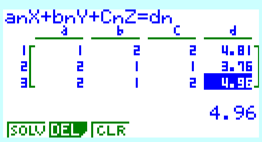
$$\begin{array}{c} \\ (-1) \\ (1) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4.81 \\ 0 & -3 & -3 & -5.86 \\ 0 & -3 & -2 & -4.66 \end{array}\right)$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la 3ª con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4.81 \\ 0 & -3 & -3 & -5.86 \\ 0 & 0 & 1 & 1.2 \end{array}\right)$$

z = 1.2	$-3y - 3\cdot1.2 = -5.86$ $-3y - 3.6 = -5.86$ $-3y = -2.26 \rightarrow 3y = 2.26$ **y = 0.75333...**	$x + 2\cdot0.75 + 2\cdot1.2 = 4.81$ $x + 1.5 + 2.4 = 4.81$ $x = 4.81 - 1.5 - 2.4$ **x = 0.90333...**

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS



SOLV F1

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Las unidades A, B y C le cuestan a la marca comercial, respectivamente, 0.90, 0.75 y 1.2 €

018	(a) ¿Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas puede ser indeterminado? (b) Seis amigos acuden a una heladería del centro de Palma. Un día, por un helado gigante, un granizado y cuatro vasos de agua mineral, pagan 20.43 €. Al día siguiente pagan por cuatro helados gigantes y dos granizados, 26.44 €. Busca los precios del helado y del granizado en función del precio del agua mineral y también en el caso de que ésta valga 3.01 €.	2BS SEL Baleares J1993

Solución apartado (a)

Sí; por ejemplo, el siguiente sistema tiene infinitas soluciones:

$$\begin{cases} x+y+4z=2 \\ 2x+2y+8z=4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2) \\ 1) \end{array} \begin{cases} x+y+4z=2 \\ 2x+2y+8z=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x-2y-8z=-4 \\ 2x+2y+8z=4 \end{cases}$$

$$0 = 0$$

Es un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas con infinitas soluciones y, por lo tanto, compatible indeterminado

RESOLUCIÓN apartado (b)

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "Precio en euros del helado gigante"

y ≡ "Precio en euros del granizado"

z ≡ "Precio en euros del agua mineral"

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{aligned} x + y + 4z &= 20.43 \\ 4x + 2y &= 26.44 \end{aligned}$$

RESOLUCIÓN:

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\begin{array}{r} (-4) \\ (1) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 20.43 \\ 4 & 2 & 0 & 26.44 \end{array}\right)$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 20.43 \\ 0 & -2 & -16 & -55.28 \end{array}\right)$$

$-2y-16z=-55.28$ $-2y=-55.28+16z$ $2y=-55.28-16z$ $y=\dfrac{55.28-16z}{2}$	$x+\dfrac{55.28-16z}{2}+4z=20.43$ $x=\dfrac{-55.28+16z}{2}-4z+20.43$ $x=\dfrac{-55.28+16z-8z+40.86}{2}$ $x=\dfrac{8z-14.42}{2}$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Para este caso existen infinitas soluciones; De forma generalizada, en función del precio del agua mineral "z", serían las siguientes:

$$\left(\frac{8z-14.42}{2}, \frac{55.28-16z}{2}, z\right)$$

Así, por ejemplo, para

$$z = 0 \rightarrow \left(\frac{8\cdot 0-14.42}{2}, \frac{55.28-16\cdot 0}{2}, 0\right) \rightarrow (-7.21, 27.64, 0)$$

NO VÁLIDA

$$z = 1 \rightarrow \left(\frac{8\cdot 1-14.42}{2}, \frac{55.28-16\cdot 1}{2}, 1\right) \rightarrow (-3.21, 19.64, 1)$$

NO VÁLIDA

$z = 2 \rightarrow \left(\frac{8 \cdot 1 - 14.42}{2}, \frac{55.28 - 16 \cdot 1}{2}, 1 \right) \rightarrow (0.79, 11.64, 2)$

VÁLIDA

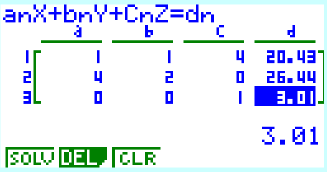
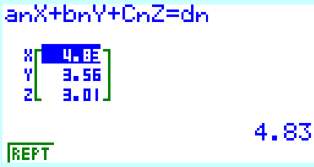
z = 3.01

$\left(\frac{8 \cdot 3.01 - 14.42}{2}, \frac{55.28 - 16 \cdot 3.01}{2}, 3.01 \right) \rightarrow (4.83, 3.56, 3.01)$

VÁLIDA

En el caso de que el agua mineral valga 3.01 €, el helado gigante costará 4.83 € y la granizada 3.56 €

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

	SOLV F1	

045	En la fabricación de cierta marca de chocolate se emplea leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios por cada kilogramo de los ingredientes son: leche 0,8 euros; cacao, 4 euros: almendras, 13 euros. En un día se fabrican 9000 kilos de ese chocolate, con un coste total de 25800 euros. ¿Cuántos kilos se utilizan de cada ingrediente?	1/2BS PAU PVasc J2003

DETERMINACIÓN DE INCÓGNITAS

x ≡ "kg de leche que se emplean".

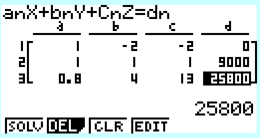
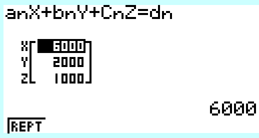
y ≡ " kg de cacao que se emplean ".

z ≡ " kg de almendras que se emplean ".

PLANTEAMIENTO:

$$\begin{cases} x = 2\cdot(y + z) \\ x + y + z = 9000 \\ 0.8x + 4y + 13z = 25\,800 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 2y - 2z = 0 \\ x + y + z = 9000 \\ 0.8x + 4y + 13z = 25\,800 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN CON CALCULADORA CON CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

	SOLV F1	

x = 6000 ; y = 2000 ; z = 1000

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Se han utilizado 6000 kg de leche, 2000 kg de cacao y 1000 kg de almendras.