 ISSN: 1988 - 379X

DISCUSIÓN DE UN SISTEMA CON PARÁMETROS. PARTE I

014	Dado el sistema de ecuaciones: (a) Discute su compatibilidad según los valores de λ. (b) Resuélvelo para λ = 3.	$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+2z=2 \\ x-y+z=\lambda \end{cases}$	2BC PAU Oviedo J2001

RESOLUCIÓN apartado (a)

(*) Teorema de Rouché-Frobeniüs sobre criterios de compatibilidad:

Sea A la matriz de coeficientes asociada a un sistema y A* la matriz ampliada, formada por los coeficientes del sistema y los términos independientes, el teorema de Rouché sobre criterios de compatibilidad dice:

☞ **Si el Rango (A) = Rango (A*) → el sistema es compatible**

— **Rango (A) = Rango (A*) = Número de incógnitas → el sistema es compatible determinado, admite una única solución.**

— **Rango (A) = Rango(A*) < Número de incógnitas → el sistema es compatible indeterminado, admite infinitas soluciones.**

☞ **Si el Rango (A) ≠ Rango (A*) → el sistema es incompatible y no admite solución.**

MÉTODO I

Sea A la matriz de los coeficientes y A* la matriz ampliada:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & \lambda \end{array}\right)$$

El rango máximo de la matriz A va a ser 3 siempre que el determinante de orden tres de la misma sea distinto de 0:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 - 1 + 2 - (1 - 2 + 1) =$$

$$= 2 - 0 = 2 \neq 0$$

rg(A) = 3

Como el rango es el número de filas o columnas linealmente independientes, en aquellas matrices no cuadradas, el rango máximo coincidirá con el menor número de filas o de columnas. El rango máximo de la matriz ampliada de orden 3 x 4 es tres y por tanto coincide con el de la matriz A y es independiente del valor del parámetro λ.

rg (A*) = 3
rg(A) = rg(A*) = nº incógnitas
Sistema compatible determinado ∀ λ ∈ R

MÉTODO II - Utilizado habitualmente en el Bachillerato de Ciencias Sociales

Estudiamos la compatibilidad del sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{array}{c} (-1) \\ (1) \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & \lambda \end{array}\right) \begin{array}{c} (-1) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & \lambda-1 \end{array}\right)$$

Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

<u>Analizamos la 3ª fila:</u>

$-2y = \lambda - 1 \rightarrow 2y = 1 - \lambda$

$$y = \frac{1-\lambda}{2}$$

<u>Analizamos la 2ª fila:</u>

z = 1

Analizamos la 1ª fila:

$$x + y + z = 1 \rightarrow x + \frac{1-\lambda}{2} + 1 = 1$$

$$2x + 1 - \lambda + 2 = 2 \rightarrow 2x = 2 - 1 + \lambda - 2 \rightarrow 2x = \lambda - 1$$

$$x = \frac{\lambda-1}{2}$$

SE TRATA DE UN SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO $\forall\lambda \in \Re$**,** de solución general:

$$\left(\frac{\lambda-1}{2}, \frac{1-\lambda}{2}, 1 \right)$$

RESOLUCIÓN apartado (b)

MÉTODO I

Para $\lambda = 3$ el sistema nos queda:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+2z=2 \\ x-y+z=3 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1-2+6-(3-2+2)}{1-1+2-(1-2+1)} = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{2} = \frac{2+3+2-(2+6+1)}{2} = \frac{7-9}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}}{2} = \frac{3-1+2-(1-2+3)}{2} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Para $\lambda = 3$ $\rightarrow$ x = 1 ; y = - 1 ; z = 1

MÉTODO II - Utilizado habitualmente en el Bachillerato de Ciencias Sociales

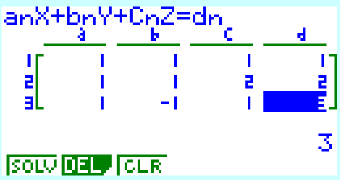
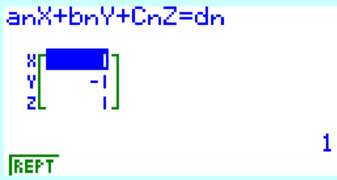
$$\text{Para } \lambda = 3 \rightarrow \left(\frac{\lambda-1}{2}, \frac{1-\lambda}{2}, 1 \right)$$

x = 1 ; y = - 1 ; z = 1

COMPROBACIÓN MEDIANTE LA CALCULADORA GRÁFICA

Vamos a comprobar con la calculadora gráfica, sustituyendo "λ" por diversos valores en el sistema del enunciado:

λ = 3

	SOLV F1	
La calculadora gráfica nos propone las soluciones correspondientes. Es un sistema compatible determinado.		

Como se puede observar, se confirman nuestros resultados obtenidos con LÁPIZ Y PAPEL.

015	Dado el sistema de ecuaciones: (a) Discute la compatibilidad del sistema según los valores de a. (b) Resuélvelo cuando sea compatible.	$\begin{cases}(1+a)\cdot x+y+z=1\\ x+(1+a)\cdot y+z=1+a\\ x+y+(1+a)\cdot z=1+a^2\end{cases}$	2BC PAU Oviedo S2001

RESOLUCIÓN apartado (a)

(*) Teorema de Rouché-Frobeniüs sobre criterios de compatibilidad:

MÉTODO I

Sea M la matriz de los coeficientes y M* la matriz ampliada:

$$M = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{pmatrix} \qquad M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1+a \\ 1 & 1 & 1+a & 1+a^2 \end{array}\right)$$

El rango máximo de la matriz A va a ser 3 siempre que el determinante de orden tres de la misma sea distinto de 0:

$$|M| = \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} =$$

(a) Si lo hacemos directamente aplicando la Regla de Sarrus:

$$(1 + a)^3 + 1 + 1 - [(1 + a) + (1 + a) + (1 + a)] =$$

$$= (1 + a)^3 + 2 - 3\cdot(1 + a) - 2 = 1 + 3\cdot a + 3\cdot a^2 + a^3 + 2 - 3 - 3\cdot a = a^3 + 3\cdot a^2$$

$$\mathbf{a^3 + 3\cdot a^2 = 0}$$

$$\mathbf{a^2 (a + 3) = 0}$$

$$\mathbf{a_1 = 0 \quad ; \quad a_2 = -3}$$

$$\mathbf{a \neq 0 \; ; \; a \neq -3 \quad \rightarrow \quad rg(M) = 3}$$

$$\mathbf{rg\,(M^*) = 3}$$

rg(M) = rg(M*) = nº incógnitas

Sistema compatible determinado

(b) Si lo hacemos aplicando propiedades:

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 3+a & 1 & 1 \\ 3+a & 1+a & 1 \\ 3+a & 1 & 1+a \end{vmatrix} =$$

$$= (3+a)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} =$$

$$= (3+a)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = (a + 3)\cdot a^2$$

$$\mathbf{a_1 = 0 \quad ; \quad a_2 = -3}$$

$$\mathbf{a \neq 0 \; ; \; a \neq -3 \quad \rightarrow \quad rg(M) = 3}$$

$$\mathbf{rg\,(M^*) = 3}$$

rg(M) = rg(M*) = nº incógnitas

Sistema compatible determinado

Para $a = 0 \quad \rightarrow \quad rg(A) \leq 2$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Si a = 0 → rg(M) = 1

$$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Si a = 0 → rg(M*) = 1

Si a = 0 → rg(M) = rg(*) < nº incógnitas

Sistema compatible indeterminado

Para a = - 3 → rg(M) ≤ 2

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3 \neq 0$$

Si a = - 3 → rg(M) = 2

$$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 10 \end{array}\right)$$

$$M^* = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 10 \end{vmatrix} = 27 \neq 0$$

Si a = - 3 → rg(M*) = 3

Si a = - 3 → rg(M) ≠ rg(M*)

Sistema incompatible

Resumen:

a ≠ 0 ; a ≠ - 3 → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

a = 0 → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

a = - 3 → SISTEMA INCOMPATIBLE

MÉTODO II - Utilizado habitualmente en el Bachillerato de Ciencias Sociales

Estudiamos la compatibilidad del sistema de ecuaciones por el método de Gauss, colocando la matriz de coeficientes de forma que la 3ª fila esté la primera para que resulte lo más sencilla posible:

$$\begin{array}{c} (-1) \\ (1) \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1+a & 1+a^2 \\ 1 & 1+a & 1 & 1+a \\ 1+a & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{c} -(1+a) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1+a & 1+a^2 \\ 0 & a & -a & a-a^2 \\ 0 & -a & -a^2-2a & -a^2-a-a^3 \end{array}\right)$$

OPERACIONES INTERMEDIAS REALIZADAS

1 + a - (1 + a) = 0

1 - (1 + a) = - a

1 - (1 + a)(1 + a) = 1 - (1 + a^2 + 2a) = - a^2 - 2a

1 - (1 + a) (1 + a^2) = 1 - (1 + a^2 + a + a^3) = (- a^2 - a - a^3)

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la 3ª sumando la 2ª y la 3ª filas:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1+a & 1+a^2 \\ 0 & a & -a & a-a^2 \\ 0 & 0 & -a^2-3a & -a^3-2a^2 \end{array}\right)$$

Analizamos la 3ª fila:

$(-a^2 - 3a)\,z = -a^3 - 2a^2$

Veamos los valores que hacen cero cada miembro:

☞ $-a^2 - 3a = 0 \rightarrow a(-a-3) = 0$

a = 0

$-a - 3 = 0 \rightarrow -a = 3$

a = - 3

☞ $-a^3 - 2a^2 = 0 \rightarrow a^2(-a-2) = 0$

a = 0

$-a - 2 = 0 \rightarrow -a = 2$

a = - 2

Estudiemos la compatibilidad del sistema para estos 3 valores sustituyendo en la 3ª fila:

Para a = 0

$0z = 0$

∞ soluciones

Para a = 0 → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Si sustituimos "a" en el enunciado por su valor nos queda:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+z=1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$$

Al resolverlo obtenemos:

$x + y + z = 1 \rightarrow x = 1 - y - z$

El conjunto de soluciones del sistema son:

$(1 - y - z,\ y,\ z)$

Para a = - 3

$0z = -(-3)^3 - 2(-3)^2$

$0z = 27 - 18$

$0 \neq 9$

Para a = - 3 → SISTEMA INCOMPATIBLE

Para a = - 2

$[-2(-2)^2 - 3(-2)]\,z = 0$

$(-4 + 6)z = 0$

$2z = 0$

z = 0

Analizamos 2ª fila: $ay - az = a(1 - a) \rightarrow -2y - 0 = -6$

y = 3

Analizamos 1ª fila: $-x + y + z = 1 \rightarrow -x = 1 - y - z \rightarrow -x = 1 - 3$

- x = - 2

x = 2

(2, 3, 0)

Para a = - 2 → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

Para a ≠ 0 ; a ≠ - 2 ; a ≠ - 3

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

Analizamos la 3ª fila:

$(- a^2 - 3a)\ z = - a^3 - 2a^2$

$$z = \frac{-a^2(a+2)}{-a(a+3)} =$$

$$z = \frac{a\cdot(a+2)}{a+3}$$

Analizamos 2ª fila: ay - az = a(1 - a)

$$ay - a\frac{a\cdot(a+2)}{(a+3)} = a(1-a)$$

$$ay = a(1-a) + a\frac{a\cdot(a+2)}{(a+3)}$$

$$ay = \frac{(a+3)\cdot a\cdot(1-a)+a^2\cdot(a+2)}{(a+3)}$$

$$y = \frac{(a+3)\cdot a\cdot(1-a)+a^2\cdot(a+2)}{a\cdot(a+3)}$$

$$y = \frac{(a+3)\cdot a\cdot(1-a)+a^2\cdot(a+2)}{a\cdot(a+3)}$$

$$y = \frac{(a+3)(1-a)+a\cdot(a+2)}{(a+3)}$$

$$y = \frac{3}{a+3}$$

Analizamos la 1ª fila y después de realizar operaciones obtendremos:

$$x = \frac{-a}{a+3}$$

Solución genérica:

$$\left(\frac{-a}{a+3}\ ,\ \frac{3}{a+3}\ ,\ \frac{a\cdot(a+2)}{a+3}\right)$$

RESOLUCIÓN apartado (b)

Para a = 0 , al estudiar la compatibilidad del sistema, hemos comprobado que será **compatible indeterminado**. Si sustituimos "a" en el enunciado por su valor nos queda:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+z=1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$$

Al resolverlo obtenemos:

x + y + z = 1

x = 1 - y - z

El conjunto de soluciones del sistema son:

(1 - y - z, y, z)

Para a ≠ 0 y a ≠ - 3, el sistema es compatible determinado. Resolvemos por Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1+a & 1+a & 1 \\ 1+a^2 & 1 & 1+a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix}} = \frac{(1+a)^2+(1+a)+(1+a^2)-(1+a)\cdot(1+a^2)-1-(1+a)^2}{(1+a)^3+1+1-3\cdot(a+1)} =$$

$$= \frac{1+a^2+2a+1+a+1+a^2-1-a^2-a-a^3-1-1-a^2-2a}{a^2(a+3)} = \frac{-a^3}{a^2\cdot(a+3)} = \frac{-a}{a+3}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1+a^2 & 1+a \end{vmatrix}}{a^2\cdot(a+3)} =$$

$$\frac{(1+a)^3+(1+a^2)+1-(1+a)-(1+a)\cdot(1+a^2)-(1+a)}{a^2\cdot(a+3)} = \frac{3\cdot a^2}{a^2\cdot(a+3)} = \frac{3}{a+3}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1+a \\ 1 & 1 & 1+a^2 \end{vmatrix}}{a^2\cdot(a+3)} =$$

$$= \frac{(1+a)^2\cdot(1+a^2)+1+(1+a)-(1+a)-(1+a)^2-(1+a^2)}{(1+a)^3+1+1-3\cdot(a+1)} = \frac{a^4+2\cdot a^3}{a^2\cdot(a+3)} =$$

$$= \frac{a^3\cdot(a+2)}{a^2\cdot(a+3)} = \frac{a\cdot(a+2)}{a+3}$$

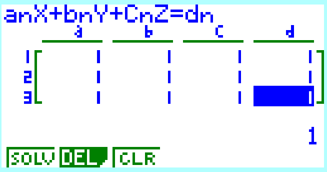
Solución genérica:

$$\left(\frac{-a}{a+3}, \frac{3}{a+3}, \frac{a\cdot(a+2)}{a+3}\right)$$

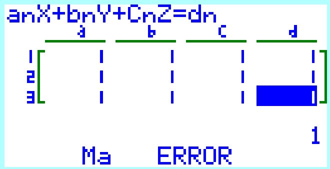
COMPROBACIÓN MEDIANTE LA CALCULADORA GRÁFICA

Vamos a comprobar con la calculadora gráfica, sustituyendo "**a**" por diversos valores en el sistema del enunciado:

a = 0

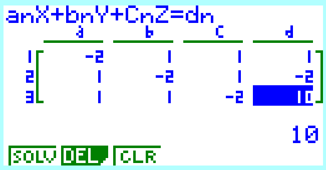


SOLV F1

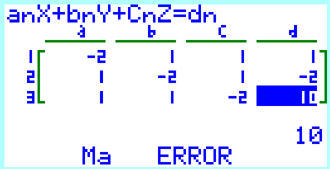


La calculadora gráfica no es capaz de resolver sistemas compatibles indeterminados.

a = - 3

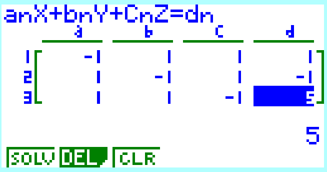


SOLV F1

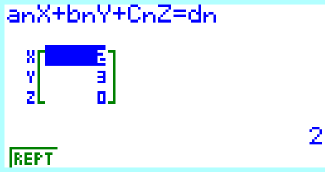


La calculadora gráfica no es capaz de resolver sistemas incompatibles

a = - 2



SOLV F1



La calculadora gráfica no es capaz de resolver sistemas incompatibles

Como se puede observar, se confirman nuestros resultados obtenidos con LÁPIZ Y PAPEL.

016	(a) Discutir su compatibilidad para los distintos valores de λ. (b) Resuélvelo para λ = - 3.	$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-2y+z=2 \\ 5x+\lambda y+3z=5 \end{cases}$	2BC PAU Oviedo J2002

RESOLUCIÓN apartado (a)

(*) Teorema de Rouché-Frobeniüs sobre criterios de compatibilidad:

Sean las matrices de los coeficientes (A) y la ampliada (A*):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & \lambda & 3 \end{pmatrix} \qquad A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ 5 & \lambda & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & \lambda & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$-6 + 2\lambda + 5 + 10 - \lambda - 6 =$$

$$\lambda + 3 = 0$$

$$\boldsymbol{\lambda = -3}$$

λ ≠ - 3 → rg(A) = 3
rg (A*) = 3
rg(A) = rg(A*) = nº incógnitas
Sistema compatible determinado

Para λ = - 3 → rg(A) ≤ 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 2 \neq 0$$

Si λ = - 3 → rg(A) = 2

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 5 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 2 \neq 0$$

Si λ = - 3 → rg(A*) = 2

Si a = 2 → rg(A) = rg(A*) < nº incógnitas
Sistema compatible indeterminado

Resumen:
λ ≠ - 3 → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO
λ = - 3 → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

RESOLUCIÓN apartado (b)

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-2y+z=2 \\ 5x+\lambda y+3z=5 \end{cases} \rightarrow \text{Para } \lambda = -3 \rightarrow \begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-2y+z=2 \\ 5x-3y+3z=5 \end{cases}$$

A través del estdio de la compatibilidad ya hemos visto que será compatible indeterminado:

$$\begin{cases} x+y=1-z \\ 2x-2y=2-z \end{cases}$$

Resolución por el método de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1-z & 1 \\ 2-z & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-2+2z-2+z}{-4} = \frac{3z-4}{-4} = \frac{-3z+4}{4}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1-z \\ 2 & 2-z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{2-z-2+2z}{-4} = \frac{z}{-4} = \frac{-z}{4}$$

Para λ = - 3 → ($\frac{-3z+4}{4}$, $\frac{-z}{4}$, z) ∀z∈ℜ

Resolución por el método de Gauss:

$$\begin{matrix} (-2) \\ (1) \\ \\ \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 & 5 \end{array}\right) \begin{matrix} (-5) \\ \\ (1) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \\ (-2) \\ (1) \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ -4y-z=0 \\ 0z=0 \end{cases}$$

0z = 0

Infinitas soluciones

- 4y = z

$y = \frac{-z}{4}$

x - $\frac{z}{4}$ + z = 1

4x - z + 4z = 4

4x + 3z = 4

$x = \frac{4-3z}{4}$

Solución generalizada:

Para λ = - 3 → ($\frac{-3z+4}{4}$, $\frac{-z}{4}$, z) ∀z∈ℜ