

## PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

### Propiedad 1

El determinante de una matriz cuadrada es igual al determinante de su matriz traspuesta.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

### Propiedad 2

Si los elementos de una línea de una matriz se multiplican por un número, el determinante de la matriz queda multiplicado por dicho número.

$$3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 9 & 4 \end{vmatrix}$$

### Propiedad 3

Si todas las líneas de una matriz de orden  $n$  están multiplicadas por un mismo número  $t$  el determinante de la matriz queda multiplicado por  $t^n$

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} = 3^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

### Propiedad 4

$$\begin{aligned} \det(F_1, \dots, F_i + F'_i, \dots, F_n) &= \\ &= \det(F_1, \dots, F_i, \dots, F_n) + \det(F_1, \dots, F'_i, \dots, F_n) \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -4 \\ 6 & 5 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1+2 & 1 \\ 2 & 2-2 & -4 \\ 6 & 0+5 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -4 \\ 6 & 0 & 9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -4 \\ 6 & 5 & 9 \end{vmatrix}$$

### Propiedad 5

El determinante del producto de dos matrices cuadradas es igual al producto de los determinantes de ambas matrices.

$$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$$

### Propiedad 6

Si en una matriz cuadrada se permutan dos líneas, su determinante cambia de signo.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{11} & a_{13} \\ a_{22} & a_{21} & a_{23} \\ a_{32} & a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

### Propiedad 7

Si en una matriz cuadrada tiene dos líneas iguales o proporcionales su determinante es cero.

### Propiedad 8

Si los elementos de una línea de una matriz cuadrada son combinación lineal de las líneas restantes, es decir, son el resultado de sumar los elementos de otras líneas multiplicadas por números reales, su determinante es cero.

$$\begin{aligned} F_1 &= -1 \cdot F_2 + 2 \cdot F_3 \\ \begin{vmatrix} 6 & -6 & -5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \end{vmatrix} &= 0 \end{aligned}$$

### Propiedad 9

Si a los elementos de una línea de una matriz cuadrada se le suma una combinación lineal de otras líneas, su determinante no varía.

### Propiedad 10

Si una matriz tiene una línea de ceros su determinante es cero.