



Matemáticas 2º ESO

07/11/2007

$$2^2 \times 3^5 \times 1^5 - 1$$

971

## LOS NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS (I). MCD y mcm.

**NOTA:****NORMAS**

- (1) Resuelve los ejercicios **ESTRICTAMENTE** en el **ORDEN** en el que se proporcionan, razonando lo que haces.
- (2) Contesta en la hoja que se te entrega adjunta.
- (3) En esta prueba se permite la utilización de la calculadora.
- (4) Tiempo máximo: 50 minutos.

**SUGERENCIAS**

- (1) Lee atentamente los enunciados varias veces.
- (2) Dedicar tiempo a pensar y plantear.
- (3) Comprueba los resultados para ver si contestas a lo que se te pregunta.
- (4) Cuida la presentación.

**CUESTIONES****01**

Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

(a) 180, 600 y 120

(b) 216 y 1250

1,5 Ptos

$$\begin{array}{r|l}
 180 & 2 \cdot 5 \\
 18 & 3^2 \cdot 2 \\
 1 & 1 \\
 \hline
 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 600 & 2^2 \cdot 5^2 \\
 6 & 2 \cdot 3 \\
 1 & 1 \\
 \hline
 60 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 120 & 2 \cdot 5 \\
 12 & 3 \cdot 2^2 \\
 1 & 1 \\
 \hline
 40 = 2^3 \cdot 5
 \end{array}$$

**MCD (180, 600, 120) =  $2^2 \cdot 5 = 20$**   
**mcm (180, 600, 120) =  $2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = 1800$**

$$\begin{array}{r|l}
 216 & 2 \\
 108 & 2 \\
 54 & 3^3 \cdot 2 \\
 1 & 1 \\
 \hline
 216 = 2^3 \cdot 3^3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 1250 & 2 \cdot 5 \\
 125 & 5^3 \\
 1 & 1 \\
 \hline
 1250 = 2 \cdot 5^4
 \end{array}$$

**MCD (216, 1250) = 2**  
**mcm (216, 1250) =  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4 = 135000$**

**02**

Calcula todos los divisores de

(a) 250 (b) 126 (c) 840

1,5 Ptos

**Resolución apartado (a)**

$$250 = 2 \cdot 5^3$$

	1	5	25	125
2	2	10	50	250

Número de divisores:

$$(3 + 1)(1 + 1) = 8$$

**Resolución apartado (b)**

$$126 = 2 \cdot 63$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

	1	3	9
2	2	6	18
	7	21	63
7	14	42	126

Número de divisores:

$$(1 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 12$$

**Resolución apartado (c)**

$$840 \begin{array}{l} 2 \cdot 5 \\ 84 \end{array} 2$$

$$84 \begin{array}{l} 2 \\ 42 \end{array} 2$$

$$42 \begin{array}{l} 2 \\ 21 \end{array} 7 \cdot 3$$

$$21 \begin{array}{l} 7 \cdot 3 \\ 1 \end{array}$$

$$1$$

$$840 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$$

	1	2	4	8
5	5	10	20	40
	3	6	12	24
3	15	30	60	120
	7	14	28	56
	35	70	140	280
	21	42	84	168
7	105	210	420	840

Número de divisores:

$$(4 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 40$$



<b>03</b>	<p>Un individuo se dedica a hacer una marca en un libro cada 125 páginas mientras que otro lo hace cada 80.</p> <p>(a) Si el libro tiene 2500 páginas, ¿en qué página coincidirán las 2 marcas?</p> <p>(b) ¿Y si el libro tiene 1500 páginas?</p>	2 Ptos
-----------	---	-----------

**PLANTEAMIENTO:**

Las marcas se realizarán cada 125 páginas en un caso y cada 80 páginas en otro

**ESTRATEGIA**

Para calcular cuándo coinciden de nuevo habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

**OPERACIONES:**

$\begin{array}{r l} 125 & 5^3 \\ & 1 \ 1 \\ \hline & 12 = 5^3 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 80 & 2 \cdot 5 \\ & 8 \ 2^3 \\ & 1 \ 1 \\ \hline & 80 = 2^4 \cdot 5 \end{array}$
$\text{mcm}(125, 80) = 2^4 \cdot 5^3 = 2000$	

**ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:**

**(a) Las 3 marcas coincidirán en la página 2000 en el libro de 2500 páginas.**

**(b) Si el libro tiene 1500 páginas no coincidirán en ningún momento.**

<b>04</b>	<p>Un trozo de cartulina mide 1.20 m por 46 cm y quiero dibujar en ella una cuadrícula del mayor tamaño posible cada cuadrado. ¿Cuál será el lado del mayor cuadrado posible?</p>	2 Ptos
-----------	---	-----------

Para que no sobre nada de largo tendré que tomar cuadrículas cuya longitud sean números divisores de 120 cm y 46 cm:

**ESTRATEGIA**

Para calcular la mayor cuadrícula habrá que averiguar el máximo común divisor:

**OPERACIONES:**

$\begin{array}{r l} 120 & 2 \cdot 5 \\ & 12 \ 3 \cdot 2^2 \\ \hline & 120 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 46 & 2 \\ & 23 \ 23 \\ & 1 \ 1 \\ \hline & 46 = 2 \cdot 23 \end{array}$
$\text{MCD}(120, 46) = 2$	



**ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:**

**El mayor cuadrado posible tendrá 2 cm de lado**

<b>05</b>	<p>Un coche, una moto y una bicicleta dan vueltas a un circuito automovilístico, partiendo de la meta todos al mismo tiempo. El coche tarda en recorrer el circuito 6 minutos, la moto 5 y la bici 18.</p> <p>(a) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que vuelvan a coincidir en la meta los tres vehículos?</p> <p>(b) ¿Y para que lo hagan la moto y la bici?</p>	2 Ptos
-----------	--	-----------

**PLANTEAMIENTO:**

El coche pasa por la meta cada 6 minutos (serán múltiplos de 6), la moto pasa por la meta cada 5 minutos (serán múltiplos de 5) y la bicicleta pasa por la meta cada 18 minutos (serán múltiplos de 18).

**ESTRATEGIA**

Para calcular cuando coinciden habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

**OPERACIONES:**

$6 = 2 \cdot 3$	$5 = 5$	$18 = 3^2 \cdot 2$
$\text{mcm}(5, 2, 18) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 60$		
$\text{mcm}(5, 18) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 60$		

**ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:****(a) Los tres vehículos coinciden cada 18 minutos.****(b) La moto y la bicicleta también coinciden cada 18 minutos (mcm de 5 y 20).**

06

A Luisa le han regalado lápices pero no sabe cuántos en total. Sabe que son menos de 70 y que si los coloca de 9 en 9 no sobra ninguno, si los coloca de 6 en 6, tampoco sobra ninguno, pero si los coloca de 5 en cinco, sobran 4.  
¿Cuántos lápices tiene Luisa?

1  
Pto**PLANTEAMIENTO y ESTRATEGIA**

Los LÁPICES son menos de 70 y su número es múltiplo de 9 y 6, pero si los saca de 5 en 5 sobran 4.

**ESTRATEGIA**

Para calcular cuántos lápices hay tendré que hallar

(a) Los múltiplos de 9 y 6 menores que 70.

(b) Que verifiquen que al colocarlos de 5 en cinco sobren 4.

**OPERACIONES:**

$$9 = 3^2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{mcm}(9, 6) = 3^2 \cdot 2 = 18$$

$$\{18, 36, 54\}$$

Comprobación de soluciones:

18: Si los coloco de 5 en 5, sobran 3 → NO VÁLIDA.

36: Si los coloco de 5 en 5, sobra 1 → NO VÁLIDA

54: Si los coloco de 5 en 5, sobran 4 → VÁLIDA

**ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:****Tiene 54 lápices realmente****NOTA: si encuentras algún error, colócalo en el foro del tema**