

$$2^3 \times 4^5 \times 7^2 - 5$$

401403

LOS NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS (I). MCD y mcm.



NOTA:

NORMAS

- (1) Resuelve los ejercicios **ESTRICTAMENTE** en el **ORDEN** en el que se proporcionan, razonando lo que haces.
- (2) Contesta en la hoja que se te entrega adjunta.
- (3) En esta prueba se permite la utilización de la calculadora.
- (4) Tiempo máximo: 50 minutos.

SUGERENCIAS

- (1) Lee atentamente los enunciados varias veces.
- (2) Dedicar tiempo a pensar y plantear.
- (3) Comprueba los resultados para ver si contestas a lo que se te pregunta.
- (4) Cuida la presentación.

CUESTIONES

01

Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

- (a) 210, 900 y 160 (b) 120 y 525

1.5 Ptos

$\begin{array}{r l} 210 & 2 \cdot 5 \\ 21 & 7 \cdot 3 \\ 1 & 1 \end{array}$ $210 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$	$\begin{array}{r l} 900 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 9 & 3^2 \\ 1 & 1 \end{array}$ $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$\begin{array}{r l} 160 & 2 \cdot 5 \\ 16 & 2^4 \\ 1 & 1 \end{array}$ $160 = 2^5 \cdot 5$
$\text{MCD}(210, 900, 160) = 2 \cdot 5 = 10$		
$\text{mcm}(210, 900, 160) = 2^5 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 50400$		

$\begin{array}{r l} 120 & 2 \cdot 5 \\ 12 & 2^2 \cdot 3 \\ 1 & 1 \end{array}$ $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$	$\begin{array}{r l} 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \cdot 7 \\ 1 & 1 \end{array}$ $525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$
$\text{MCD}(120, 525) = 5 \cdot 3 = 15$	
$\text{mcm}(120, 525) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4200$	

02

Calcula todos los divisores de

- (a) 405 (b) 675 (c) 420

1.5 Ptos

Resolución apartado (a)

Factorizamos:

$$405 = 5 \cdot 81$$

$$405 = 3^4 \cdot 5$$

	1	3	9	27	81
5	5	15	45	135	405

Número de divisores:

$$(4 + 1)(1 + 1) = 10$$

Divisores de 405 = {1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 81, 135, 405}

Resolución apartado (b)

$$675 = 5 \cdot 135$$

$$675 = 5 \cdot 5 \cdot 27$$

$$675 = 3^3 \cdot 5^2$$

	1	3	9	27
5	5	15	45	135
25	25	75	225	675

Número de divisores:

$$(3 + 1)(2 + 1) = 12$$

Divisores de 675 = {1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 135, 225, 675}

Resolución apartado (c)

$$420 = 2 \cdot 5 \cdot 42$$

$$420 = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

	1	2	4
3	3	6	12
5	5	10	20
5	15	30	60
7	7	14	28
7	21	42	84
7	35	70	140
7	105	210	420

Número de divisores:

$$(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 24$$

Divisores de 420 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15, 20, 21, 28, 30, 35, 42, 60, 70, 84, 105, 140, 210, 420}



03	<p>Para ir al cine, tres amigos no se ponen de acuerdo, así que deciden ir por su cuenta. Uno va cada 5 días, otro cada 11 y el otro cada 6.</p> <p>(a) ¿cuántos días pasarán hasta que vuelvan a coincidir?</p> <p>(b) Si coincidieron el día 2 de enero, ¿cuántas veces más coincidirán a lo largo de ese año?</p> <p>(c) ¿Cuántas veces habrá ido cada uno sin coincidir?</p>	2 Ptos
-----------	--	-----------

PLANTEAMIENTO:

El primer amigo ira cada 5 días, el segundo amigo ira cada 11 días y el tercer amigo ira cada 6 días, es decir, el tiempo que tardan en coincidir es múltiplo de 5, 11 y 6.

ESTRATEGIA

Para calcular cuándo coinciden de nuevo habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

OPERACIONES:

$$\begin{array}{l}
 5 = 5 \qquad \qquad \qquad 11 = 11 \qquad \qquad \qquad 6 = 2 \cdot 3 \\
 \text{mcm } (5, 11, 6) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 330
 \end{array}$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

(a) Coinciden cada 330 días.

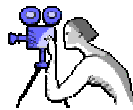
(b) Coincidirán sólo una vez más a lo largo del año.

Cada 5 días $\rightarrow 330 : 5 = 66 \rightarrow$ Coincidirán cuando realicen el viaje número 66.

Cada 11 días $\rightarrow 330 : 11 = 30 \rightarrow$ Coincidirán cuando realicen el viaje número 30.

Cada 6 días $\rightarrow 330 : 6 = 55 \rightarrow$ Coincidirán cuando realicen el viaje número 55.

(c) El que va cada 5 días hará 65 viajes sin coincidir, el que va cada 11 días hará 29 viajes sin coincidir y el que va cada 6 días hará 54 viajes sin coincidir.



04	<p>En un árbol de Navidad hay bombillas rojas, azules, amarillas y blancas que se encienden alternativamente. Si nos fijamos, las rojas se encienden cada 15 segundos, las azules cada 7, las amarillas cada 9 segundos y la blancas cada 10 segundos.</p> <p>(a) ¿Cada cuántos segundos coinciden las cuatro bombillas encendidas?</p> <p>(b) Durante una hora, ¿cuántas veces se encienden a la vez?</p>	2 Ptos
-----------	--	-----------

PLANTEAMIENTO:

Las bombillas rojas se encienden cada 15 segundos, las bombillas blancas cada 10, las bombillas azules cada 7 y las bombillas amarillas cada 9; en conclusión, el tiempo que tardan en encenderse a la vez será múltiplo de 15, 10, 7 y 9.

ESTRATEGIA

Para calcular cuándo coinciden de nuevo habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

OPERACIONES:

$$\begin{array}{l}
 15 = 5 \cdot 3 \qquad 10 = 5 \cdot 2 \qquad 7 = 7 \qquad 9 = 3^2 \\
 \text{mcm } (15, 7, 9, 10) = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 = 630
 \end{array}$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

$$630 : 60 = 10.5 \rightarrow 10.5 \text{ minutos}$$

(a) Coinciden cada 630 segundos o cada diez minutos 30 segundos.

$$60 : 10.5 = 5.71$$

(b) Coincidirán 5 veces en el plazo de una hora.





05	<p>Una pequeña fabrica de bombillas necesita colocar 250 bombillas blancas y 75 bombillas de bajo consumo de energía en cajas lo más grandes posible, de forma que no sobre ninguna y sin mezclar ambos tipos en una misma caja.</p> <p>(a) ¿Cuántas unidades irán en cada caja?</p> <p>(b) ¿Cuántas cajas de cada tipo de bombilla harán falta?</p>	2 Ptos
-----------	--	-----------

PLANTEAMIENTO:

Tienen 250 bombillas blancas y 75 bombillas de bajo consumo y quieren ponerlas en cajas lo más grandes posibles sin que se mezclen.

ESTRATEGIA

Para averiguar el número de bombillas en cada caja necesito calcular el Máximo Común Divisor:

OPERACIONES:

$$250 = 2 \cdot 5^3 \qquad 75 = 5^2 \cdot 3$$

$$\text{M. C. D. } (250, 75) = 5^2 = 25$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

(a) En cada caja irán 25 bombillas.

$250 : 25 = 10$. Llenarán 10 cajas con bombillas blancas.

$75 : 25 = 3$. Llenarán 3 cajas con bombillas de bajo consumo.

(b) Necesitarán 10 cajas para bombillas blancas y 3 cajas para bombillas de bajo consumo.



06	<p>Laura tiene una estupenda colección de soldaditos de plomo, pero son menos de 70. Si los coloca en columna, de 9 en 9, no sobra ninguno, de 7 en 7, tampoco sobra ninguno, pero si los coloca de 5 en cinco, sobran 3. ¿Cuántos soldaditos tiene realmente en total?</p>	1 Pto
-----------	---	----------

PLANTEAMIENTO:

Laura tiene menos de 70 soldaditos y su número es múltiplo de 9 y 7 pero cuando los agrupa de 5 en 5 sobran 3, por lo tanto.

ESTRATEGIA

Para averiguar el número de soldaditos necesito hacer el mínimo común múltiplo ya que por lo menos en número buscado tendrá que ser múltiplo de 9 y 7. Después comprobaré si es menor que 70 y si la saca 3 a un múltiplo de 5:

OPERACIONES:

$$9 = 3^2 \qquad 7 = 7$$

$$\text{m. c. m. } (9, 7) = 3^2 \cdot 7 = 63$$

$$63 = \{63, 126, 189 \dots\}$$

60 es el múltiplo de cinco, menor de 70, en el que sobraría 3 unidades si son 63 soldados.

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

El número de soldaditos es de 63.

