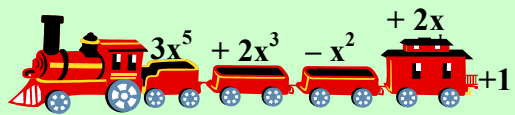




Matemáticas 3º ESO

1/02/2008



Polinomios



NOTA:

NORMAS

- (1) Las respuestas han de ser razonadas, y se valorarán los procedimientos de resolución.
- (2) En esta prueba NO se permite la calculadora.
- (3) Cuida la presentación.
- (4) Tiempo máximo: 50 minutos.

SUGERENCIAS

- (1) Lee atentamente los enunciados varias veces.
- (2) Dedicar tiempo a pensar, para luego poder plantear, escoger la estrategia adecuada, resolver y analizar críticamente los resultados.
- (3) Comprueba siempre los resultados para ver si contestas a lo que se te pregunta.

CUESTIONES

01	Dados los siguientes polinomios, escribe las respuestas a las cuestiones en el lugar correspondiente:	0.7 Ptos
-----------	---	----------

	$P(x) = 2x^4 - 5x^3 - 3x^7 - 2$	$Q(x) = -x^4 - 3x^3 + x + 6x^5$
El término independiente	- 2	0
El término de grado 4	$2x^4$	$- x^4$
El coeficiente de grado 3.	- 5	- 3
El coeficiente principal	- 3	6
El grado del polinomio	7	5
El término de grado 1	$0x$	x
El coeficiente de grado 7	- 3	$0x^7$

02	Sean los polinomios: $A(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$; $B(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{3}$; $C(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$; $D(x) = \frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x - 1$ Efectúa $A(x) - \{B(x) - C(x) - [B(x) - A(x) - D(x)]\}$	1 Pto
-----------	--	-------

$$\begin{aligned}
&A(x) - \{B(x) - C(x) - [B(x) - A(x) - D(x)]\} = \\
&A(x) - \{B(x) - C(x) - B(x) + A(x) + D(x)\} = \\
&A(x) - B(x) + C(x) + B(x) - A(x) - D(x) = \\
&C(x) - D(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}x + 1
\end{aligned}$$

$$N^{\circ} \rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \quad ; \quad x \rightarrow -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \quad ; \quad x^2 \rightarrow \frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3-8}{12} = \frac{-5}{12} \quad ; \quad x^3 \rightarrow -\frac{1}{5}$$

$$\text{SOLUCIÓN: } \frac{5}{4} - 2x - \frac{5}{12}x^2 - \frac{1}{5}x^3$$

03	Efectúa y simplifica $(-3x^2 + 2x - 1)^2$	1 Pto
-----------	---	-------

$$\begin{aligned}
&(-3x^2 + 2x - 1)^2 = \\
&= (-3x^2 + 2x - 1) \cdot (-3x^2 + 2x - 1) = \\
&9x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 6x^3 + 4x^2 - 2x + 3x^2 - 2x + 1 = \\
&= 9x^4 - 12x^3 - 10x^2 - 4x + 1
\end{aligned}$$

04	Efectúa y simplifica $(2xy^2 - 3x^2y + 1)(-xy + 2x^2y - xy^2)$	1 Pto
-----------	--	-------

$$\begin{aligned}
&(2xy^2 - 3x^2y + 1)(-xy + 2x^2y - xy^2) = \\
&-2x^2y^3 + 4x^3y^3 - 2x^2y^4 + 3x^3y^2 - 6x^4y^2 + 3x^3y^3 - xy + 2x^2y - xy^2 = \\
&-6x^4y^2 - 2x^2y^3 + 7x^3y^3 - 2x^2y^4 + 3x^3y^2 - xy + 2x^2y - xy^2
\end{aligned}$$

05	Sean los polinomios: $A(x) = 2x^2 - 2x - 1$; $B(x) = x^2 + x + 1$; $C(x) = -2x^2 - x + 3$; $D(x) = -x^3 + x^2 + x - 1$ Efectúa $A(x) - \{B(x) + C(x) - [A(x) + B(x) - D(x)]\}$	0.8 Ptos
-----------	---	----------

$$\begin{aligned}
&A(x) - \{B(x) + C(x) - A(x) - B(x) + D(x)\} = \\
&A(x) - B(x) - C(x) + A(x) + B(x) - D(x) =
\end{aligned}$$



$$2 \cdot A(x) - C(x) - D(x) = 4x^2 - 4x - 2 + 2x^2 + x - 3 + x^3 - x^2 - x + 1 =$$

$$= x^3 + 5x^2 - 4x - 4$$

06	Efectúa los siguientes productos de polinomios y escribe el resultado en sentido decreciente: (a) $(x - 1)(x - 3)(x + 1)(x + 3)$ (b) $(x^2 + 2)(x - 2)(x - 3)$	1 Pto
-----------	---	----------

RESOLUCIÓN apartado (a):

$$(x + 1)(x - 1)(x - 3)(x + 3) =$$

$$= (x^2 - 1)(x^2 - 9) =$$

$$= x^4 - 9x^2 - x^2 + 9 =$$

$$= x^4 - 10x^2 + 9$$

RESOLUCIÓN apartado (a):

$$(x^2 + 2)(x - 2)(x - 3) = (x^3 - 2x^2 + 2x - 4)(x - 3) =$$

$$x^4 - 3x^3 - 2x^3 + 6x^2 + 2x^2 - 6x - 4x + 12 =$$

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 10x + 12$$

07	Desarrolla lo más posible las siguientes expresiones:	1 Pto
(a) $(5x - 1)^2 = 25x^2 + 1 - 10x$	(b) $(3 + 3x)^2 = 9 + 9x^2 + 18x$	
(c) $(5x + 1)(1 - 5x) = 1 - 25x^2$	(d) $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$	

08	Efectúa la siguiente división de polinomios: $(-5x^4 - 3x - 1) : (5x^3 - 2x - 2)$	1 Pto
-----------	--	----------

$$\begin{array}{r} -5x^4 \quad 0x^3 \quad 0x^2 \quad -3x \quad -1 \quad \underline{5x^3 - 2x - 2} \\ +5x^4 \quad \quad -2x^2 \quad -2x \quad \quad -x \\ \hline \quad \quad -2x^2 \quad -5x \quad -1 \end{array}$$

$$C(x) = -x \quad R(x) = -2x^2 - 5x - 1$$

09	Efectúa la siguiente división de polinomios: $(-2x^2 + 5x^3 - 1) : (x + 3)$	1 Pto
-----------	--	----------

Este es un caso en el que nos está permitido efectuar la división por el método de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & -2 & 0 & -1 \\ -3 & & -15 & 51 & -153 \\ \hline & 5 & -17 & 51 & -154 \end{array}$$

$$\text{Cociente: } 5x^2 - 17x + 51 \text{ ; Resto: } -154$$

10	Enuncia el teorema del resto. Pon un ejemplo.	0,6 Ptos
-----------	---	-------------

El resto de la división de un polinomio P(x) entre x - a es el valor numérico del polinomio para x = a

En el ejercicio anterior, el valor numérico del polinomio para x = -3 tiene que salir -154

$$P(x) = -2x^2 + 5x^3 - 1$$

$$P(-3) = -2 \cdot (-3)^2 + 5(-3)^3 - 1 = \text{Resto}$$

$$-2 \cdot 9 - 5 \cdot 27 - 1 = \text{Resto} \quad \rightarrow \quad -18 - 135 - 1 = \text{Resto} \quad \rightarrow \quad -154 = \text{Resto}$$

11	Descompón en factores	0,9 Ptos
-----------	-----------------------	-------------

- (a) $x^2 + 2x + 1 \rightarrow$ Trinomio cuadrado perfecto $\rightarrow (x + 1)^2$
- (b) $36 - x^2 \rightarrow$ Diferencia de cuadrados $\rightarrow (6 + x)(6 - x)$
- (c) $x^2 - 6x + 9 \rightarrow$ Trinomio cuadrado perfecto $\rightarrow (x - 3)^2$