

**MATEMÁTICAS II****ELIGE SOLAMENTE CUATRO DE LOS SEIS BLOQUES PROPUESTOS****BLOQUE 1**

Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

- (a) Comprobar que verifica que  $A^3 - I = O$ , con I matriz Identidad y O matriz nula (1 punto)  
(b) Calcula  $A^{13}$  (0.75 puntos)  
(c) Basándose en los apartados anteriores y sin recurrir al cálculo de inversas halla la matriz X que verifica la igualdad  $A^2 X + I = A$  (0.75 puntos)

**BLOQUE 2**

Dado el sistema  $\begin{cases} 2x + y = a \\ (1-a)x - y = 1 \\ ax + y = a \end{cases}$

- (a) Estudia su compatibilidad según los valores de a. (1.5 puntos)  
(b) Resuélvelo cuando sea posible. (1 punto)

**BLOQUE 3**

Dados los puntos A(2; 2; 0), B(0; 0; 2) y C(0; 1; 2):

- (a) Halla el plano  $\pi$  que contiene a los tres puntos. (0.75 puntos)  
(b) Calcula un punto P que esté a distancia de  $2\sqrt{2}$  unidades del plano  $\pi$  y del punto medio del segmento AB. (0.75 puntos)  
(c) Considerando D(2; 1; 1) calcula el volumen del tetraedro limitado por los puntos A; B; C y D. (1 punto)

**BLOQUE 4**

Dada la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  determina las constantes a; b; c; d de manera que simultáneamente:

- Su gráfica pase por el origen de coordenadas y por el punto (2; 2).
  - La función posea un punto de inflexión en  $x = 0$ .
  - La función posea un mínimo en  $x = 1$
- (2.5 puntos)

**BLOQUE 5**

Dada la función  $y = x^4 \cdot e^{-x}$

- (a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (1 punto)  
(b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. (1 punto)  
(c) Dibuja aproximadamente su gráfica. (0.5 puntos)

**BLOQUE 6**

Sea la función  $f(x) = 1 - x^2$

- (a) Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado D. Calcula su área. (1 punto)  
(b) La gráfica de la función  $g(x) = x^2$  divide D en tres partes  $D_1$ ;  $D_2$  y  $D_3$ . Haz un dibujo de los tres recintos. (0.75 puntos)  
(c) Calcula el área del recinto  $D_2$  que contiene al punto (0; 1/2). (0.75 puntos)

***Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2.5 puntos). La contestación deberá ser siempre razonada. Tiempo: 1 hora y 30 minutos.***