



MATEMÁTICAS II

ELIJA CUATRO DE LOS SEIS BLOQUES PROPUESTOS.

Bloque 1. Dado el número real m , se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Halle los valores de m para los que la matriz A tiene inversa. (0.75 puntos)

b) Para $m = 2$, halle, si existe, la inversa de A . (1 punto)

c) Para $m = 2$, calcule el vector X que verifique $A \cdot X = B$ siendo $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. (0.75 puntos)

Bloque 2. Sea considera el sistema
$$\left. \begin{aligned} 2y + az &= a \\ (a-2)x + y + 3z &= 0 \\ (a-1)y &= 1-a \end{aligned} \right\}$$

a) Estudie el sistema, según los valores de $a \in \mathbb{R}$. (1.5 puntos)

b) Resuélvalo cuando sea compatible indeterminado. (1 punto)

Bloque 3. Se consideran los puntos $A(2, -1, 1)$ y $B(-2, 3, 1)$.

a) Halle los puntos C y D que dividen al segmento AB en tres partes de igual longitud. (1 punto)

b) Halle el plano respecto al cual los puntos A y B son simétricos. (1.5 puntos)

Bloque 4. Dado $a \in \mathbb{R}$, se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3ax - 6}{x - 3}, & \text{si } x < 3, \\ x^2 - 1, & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$ Determine

los valores de a para los que la función es continua. (2.5 puntos)

Bloque 5. Se considera la función $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

a) Estudie el dominio de definición y calcule las asíntotas. (0.75 puntos)

b) Estudie los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad. (0.75 puntos)

c) Halle los máximos, mínimos y puntos de inflexión. (0.5 puntos)

d) Esboce la gráfica de la función. (0.5 puntos)

Bloque 6. Represente gráficamente las parábolas $y^2 - 4x = 0$ y $x^2 - 4y = 0$ y calcule el área que encierran. (2.5 puntos).