

Enseñar ESTADÍSTICA en ESO y Bachillerato

Abel MARTÍN. Profesor de Matemáticas del IES de Llanera (Asturias)

El presente artículo toma como referencia el libro “Enseñar ESTADÍSTICA con calculadoras” de “Ediciones TREA S. L.”, de próxima aparición y del que son autores los profesores Abel Martín, Rosa Hernando Sanz y Lorenzo Rey Martínez.

Se pretende presentar didácticamente la función ESTADÍSTICA que tiene la *calculadora científica* y poder aplicarla en diferentes momentos y situaciones.

La enseñanza de la Estadística ha de cambiar inevitablemente su metodología y sus objetivos; no podemos perder el tiempo enseñando a rellenar largas, arduas y farragosas tablas, olvidándonos de la esencia de lo que se persigue:

¡TRATAR DATOS, BUSCAR CONCLUSIONES Y TOMAR DECISIONES!

¡Otras tablas más altas cayeron!, tal y como ocurrió con las tablas de logaritmos o las trigonométricas. Hay que huir de aquellos problemas en los que, simplemente, se decía: “Dada la siguiente distribución estadística, calcula la media, la mediana, la moda y la desviación típica”; problemas vacíos, sin jugo, sin juego, en los que no hacía falta pensar, sólo operar. Es mucho más importante y reconfortante dedicar el tiempo a meditar sobre las soluciones obtenidas, analizar su coherencia... eliminando los interminables y farragosos cálculos aritméticos y dando prioridad al razonamiento.

Para presentar la unidad hemos escogido la gama de calculadoras **fx 82** de CASIO por ser las de mayor difusión en el mercado, aunque la misma se puede realizar con cualquier tipo, simplemente ajustándola a la forma de trabajar de la propia calculadora.

EJERCICIO EXPLICATIVO

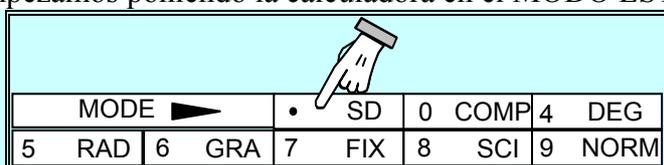
EJERCICIO 1: Las notas obtenidas en Matemáticas por un alumno a lo largo del curso han sido las siguientes:

6	7'1	3	7	5'8	2'5	4'7	9	5'5	7'8	1	2	2
---	-----	---	---	-----	-----	-----	---	-----	-----	---	---	---

Contesta las cuestiones que más adelante se realizan especificando qué símbolo matemático representa a cada una de ellas y REDONDEANDO los resultados finales hasta las centésimas.



⇒ Lo primero que vamos a hacer es introducir simplemente los datos. Para ello empezamos poniendo la calculadora en el MODO ESTADÍSTICO.



Comprueba en la chapa de tu calculadora qué es lo que tienes que pulsar para entrar en **MODO SD**

En muchas calculadoras es MODE \square ; En otras se presiona la tecla MODE y se busca la opción **SD** dentro de los menús que se nos presentan ... Cuando trabaja en este modo, al presionar una tecla, LA FUNCIÓN SECUNDARIA que entra es la escrita en la chapa, normalmente en azul.



DEG	SD
	0.

Comprobamos si hay algún dato almacenado de un problema anterior:

n SHIFT 6	DEG	SD 0.
--------------	-----	----------

Si sale 0 ya estamos en condiciones de introducir datos pues quiere decir que no hay ninguno. En caso contrario borramos lo que hay en la memoria del modo estadístico de la siguiente forma:

SAC SHIFT AC	DEG	SD 0.
-----------------	-----	----------

SAC (“Statistic All Clear”: borrar todos los datos estadísticos)

Procedamos a introducir los datos del problema:

6	M+ DATA	7	.	1	M+ DATA	3	M+ DATA	7	M+ DATA	5	.	8	M+ DATA	2
.	5	M+ DATA	4	.	7	M+ DATA	9	M+ DATA	5	.	5	M+ DATA	7	
.	8	M+ DATA	1	M+ DATA	2	M+ DATA	2	M+ DATA	DEG	SD 2.				

— ¡Ahora ya pueden preguntarnos! —

1.1.- ¿Cuántos exámenes ha realizado a lo largo del curso?.

n SHIFT 6	DEG	SD 13.
--------------	-----	-----------

— Ha realizado 13 exámenes (n = 13)—

1.2.- ¿Cuál fue la suma total de los puntos obtenidos?.

Σx SHIFT 5	DEG	SD 63.4
---------------	-----	------------

—Ha obtenido 63’40 PUNTOS (Σxi · fi = 63’4)—

1.3.- Calcula la media aritmética de las notas.

x̄ SHIFT 7	DEG	SD 4.87692307
---------------	-----	------------------

—La media aritmética de las notas ha sido de 4.88 PUNTOS (x̄ = 4.87692307)—

1.4.- Calcula el valor que se encuentra en el centro de la distribución.

n = 13 ⇒ n es impar ⇒ n/2 + 0’5 = 7 ⇒ El término central es el 7º.

1	2	2	2.5	3	4.7	5.5	5.8	6	7	7.1	7.8	9
---	---	---	-----	---	-----	-----	-----	---	---	-----	-----	---

Si colocamos las notas en orden creciente comprobamos que el término 7º es 5.5

El término que se encuentra en el centro de la distribución es 5.5 Puntos ⇒ (Me = 5.5)

1.5.- Calcula el coeficiente de variación.

$$V = \frac{S}{\bar{x}}$$

Como la desviación típica se obtiene a partir de TODA la población (las 13 notas del alumno), para calcularla habrá que utilizar la expresión:

σn SHIFT 8	DEG	SD 2.453930551
---------------	-----	-------------------



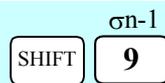
DEG	SD
	0.503171879

$$V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2'453930551}{4'876923077} = 0.503171879 \rightarrow \mathbf{50.32\%}$$

1.6.- ¿Es la media aritmética el parámetro que debe de utilizar el profesor para indicar si el alumno ha aprobado (nota ≥ 5 puntos) o suspendido (nota < 5 puntos) o crees que en este caso hay otro mejor?. Justifica tu respuesta.

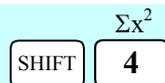
Se trata de un conjunto de muestras heterogéneo, con un coeficiente de variación del 50%, por lo que la medida de centralización más adecuada y representativa de las notas es la **mediana** (ya que $V > 30\%$). Si el profesor hubiese tomado como medida de centralización la media aritmética el alumno habría suspendido, mientras que si toma la mediana, que es la que debe de tomar por las razones anteriormente argumentadas, el alumno obtendrá una calificación de **APROBADO**.

NOTA: 1) Si se hubiese tratado de una MUESTRA de calificaciones en lugar de una POBLACIÓN se hubiese utilizado la cuasidesviación típica en lugar de la desviación típica.



DEG	SD
	2.554131896

2) Otro valor que calcula directamente la calculadora es la suma de los cuadrados de los datos:



DEG	SD
	387.48



✱ En muchas ocasiones obtenemos soluciones erróneas pues iniciamos un problema SIN presionar las teclas:

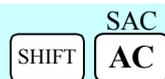


TRUCO: Comprueba antes de empezar cualquier problema si todavía queda algún dato introducido de otro problema anterior.



DEG	SD
	0.

Si sale 0 ya estás en condiciones de introducir datos pues quiere decir que no hay ninguno. En caso contrario borra lo que hay en la memoria del modo estadístico:

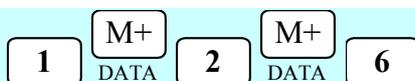


DEG	SD
	0.

✱✱ Otras veces, cuando estamos introduciendo datos, nos equivocamos al teclear en un momento determinado y nos damos cuenta:

a) Antes de presionar la tecla DATA:

Vamos a introducir los siguientes datos: 1, 2, 3 y 4:



DEG	SD
	6.

Nos hemos confundido, no es 6 sino 3



DEG	SD
	4.

¡BORRA TODOS LOS DATOS PARA PODER SEGUIR! → SHIFT SAC

b) Inmediatamente después de presionar la tecla DATA

1 $\overline{M+}$ DATA 2 $\overline{M+}$ DATA 6 $\overline{M+}$ DATA

DEG	SD
	6.

Nos hemos confundido, no es 6 sino 3:

SHIFT $\overline{M+}$ DEL 3 $\overline{M+}$ DATA 4 $\overline{M+}$ DATA

DEG	SD
	4.

¡BORRA TODOS LOS DATOS PARA PODER SEGUIR! → SHIFT SAC

c) Al final del problema nos damos cuenta de que hay un dato equivocado.

1 $\overline{M+}$ DATA 2 $\overline{M+}$ DATA 6 $\overline{M+}$ DATA 4 $\overline{M+}$ DATA

DEG	SD
	4.

¿Cómo eliminar el 6 (Dato erróneo) y cambiarlo por el 3?

6 SHIFT $\overline{M+}$ DEL 3 $\overline{M+}$ DATA

DEG	SD
	3.

INTRODUCCIÓN EN LA CALCULADORA DE DATOS AGRUPADOS

EJERCICIO 2.- En una línea municipal de autobuses se ha registrado el número diario de viajeros que la han utilizado en el último mes, obteniéndose la siguiente información:

Número de viajeros (cientos)	[0 – 3)	[3 – 6)	[6 – 9)	[9 – 12)	[12 – 15)
Número de días	4	5	14	4	3



→ Vamos a realizarlo directamente con la calculadora, introduciendo simplemente los datos. Seguimos en el MODO ESTADÍSTICO y tecleamos:

SHIFT \overline{n} 6

DEG	SD
	0.

¡OJO! Recuerda que si no aparece 0 en pantalla es que tenemos los datos de problemas anteriores, por lo que primero hay que eliminarlos:

SHIFT SAC \overline{AC}

DEG	SD
	0.

Introducimos los datos, es decir, las marcas de clase, con sus respectivas frecuencias:

1 . 5 x 4 $\overline{M+}$ DATA 4 . 5 x 5 $\overline{M+}$ DATA
 7 . 5 x 1 4 $\overline{M+}$ DATA 1 0 . 5 x 4 $\overline{M+}$ DATA
 1 3 . 5 x 3 $\overline{M+}$ DATA

DEG	SD
	13.5

¡IMPORTANTE! Siempre hay que teclear en primer lugar el dato y en segundo lugar su frecuencia, ¡NUNCA AL REVÉS!

A continuación ya se pueden contestar las preguntas

2.1.- ¿Cuántos días tenía el mes?

SHIFT \overline{n} 6

DEG	SD
	30.

— El mes tenía 30 días (n = 30)—

2.2.- ¿Cuál es el número CONCRETO diario de viajeros registrado con más frecuencia?

El intervalo en el que se encuentra la MODA es [6 – 9); calculamos el punto CONCRETO donde se encuentra la moda por INTERPOLACIÓN LINEAL aplicando la fórmula

$$Mo = l_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot C = 6 + \frac{14 - 5}{(14 - 5) + (14 - 4)} \cdot 3 =$$

6 + [(---) 1 4 - 5 ---]
 ÷ [(---) 1 4 - 5 +]
 1 4 - 4 ---] x 3 =

DEG SD
7.421052632

— El número de viajeros que se ha registrado con más frecuencia se aproxima a los 742—

2.3.- ¿Cuál es el número diario medio de viajeros?

SHIFT \bar{x}
7

DEG SD
7.2

—El número MEDIO diario de viajeros que se ha registrado se aproxima a los 720—

2.4.- ¿Cuántos viajeros han tomado el autobús en dicha línea este mes?

SHIFT Σx
5

DEG SD
216.

—El TOTAL de viajeros que han tomado esta línea este mes se aproxima a los 21.600.

2.5.- Si el precio del billete es de 135 PTAS, calcula la recaudación mensual.

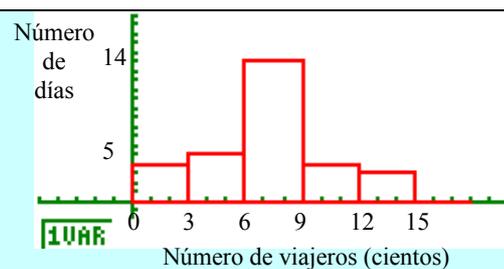
x 1 0 0 x 1 3 5 =

DEG SD
2916000.

— LA RECAUDACIÓN DE ESTE MES ha sido de 2.916.000 PTAS

2.6.- ¿Cuál es el tipo de representación gráfica más adecuado para esta distribución del enunciado?. Representála de esta forma.

El más adecuado es el Histograma



Este apartado hay que realizarlo con LÁPIZ Y PAPEL o bien con calculadora gráfica, con la presentación que aparece en la pantalla de la derecha y que tocaremos en un artículo próximo.

Se puede apreciar que tratamos de huir de los ejercicios típicos de estadística donde se pedía el simple cálculo de un valor. Se pretende entrar en un mundo diferente, una nueva forma de enfocar la estadística, mucho más participativa, viva y dinámica, donde la reflexión prevalece sobre la irreflexión, donde hay que meditar en todo momento qué es lo que se está preguntando realmente, qué tecla de la calculadora me lo resuelve y finalmente analizar cada resultado para saber lo que realmente significa.

Este es el resumen que podríamos hacer del trabajo que estamos a punto de sacar a la luz y cuyos objetivos pretenden una estadística moderna y EFICAZ, frente a la monótona y tediosa estadística enseñada tradicionalmente en el aula.