

# Oposiciones para profesores de matemáticas de enseñanza secundaria

EN EL PROYECTO de temarios de oposiciones (LOE) para profesores de **Secundaria** aparece, en todas y cada una de las especialidades un nuevo tema, que lleva siempre el mismo título:

**Software para la enseñanza y el aprendizaje de "...". Recursos en Internet.**

Sólo basta sustituir los puntos suspensivos que van entre comillas por el nombre de la materia (Lengua, Latín, Griego, Filosofía, Geografía e Historia, Física y Química...).

Únicamente en la especialidad de Matemáticas este título sufre modificaciones y se amplía:

**"Utilización de la calculadora científica-gráfica y de la hoja de cálculo para el cálculo numérico y para el análisis gráfico y estadístico. Software para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Recursos en Internet".**

Claramente se observa una declaración de intenciones. Las autoridades educativas ya introducen de forma explícita la utilización de la calculadora, no sólo científica sino gráfica, como herramienta habitual en el aula. Las nuevas generaciones de profesores tienen que plantearse el conocimiento de su manejo y, sobre todo, su utilización didáctica en la clase.

Entre las propuestas para el nuevo currículo de matemáticas de la ESO, también destaca el siguiente párrafo:

**"En la construcción del conocimiento los medios tecnológicos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y en definitiva, para hacer matemáticas. Estos instrumentos permiten concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. En este sentido, la calculadora y las herramientas informáticas son hoy dispositivos comúnmente usados en la vida cotidiana, por tanto el trabajo de esta materia en el aula debería reflejar tal realidad".**

Trataremos de dar unas pinceladas iniciales, un punto de partida que podrá ser ampliado, con tendencia a infinito, en los numerosos artículos, publicaciones, experiencias, etc. que vayamos "colgando" en la Web que al final reseñaremos.

Por todo ello sólo nos centraremos en la parte del tema que se refiere a las **CALCULADORAS**.

**¿CUÁNDO EMPEZAR?.** Ante los temores de que las calculadoras impidan la adquisición de fluidez en el cálculo, comentar que existen numerosas investigaciones en este sentido. El informe **Cockcroft (1982) "las matemáticas sí cuentan"** llega a la conclusión de que muchos alumnos que la utilizan "didácticamente", con un uso apropiado, bajo el control del profesor, mejoran en su actitud ante las matemáticas, en las destrezas de cálculo personal, en la comprensión de conceptos y en la resolución de problemas;

en otros no se observan diferencias significativas pero, en cualquier caso, su uso no ha producido ningún efecto adverso sobre la capacidad básica de cálculo. Nosotros ya publicamos hace 10 años un libro: **"Taller de matemáticas con calculadoras"**, donde intentábamos dar unos primeros pasos hacia la utilización didáctica de la calculadora en el aula. Además, sólo hay que ver las demostraciones que nos hace **Antonio Ramón Martín Adrián**, desde su tierra Canaria, siempre preocupado por la Didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria, cuando a la cabeza de un gran número de maestras y maestros nos deja boquiabiertos en el momento que comprobamos cómo muchos de sus alumnos, con una calculadora como herramienta habitual, manejan con maestría el cálculo mental.

Con respecto al cálculo aritmético - numérico queremos destacar tres aspectos:

- 1.** El Cálculo mental, importantísimo, es uno de los que hay que potenciar. Las **TIC**, paradójicamente, nos ofrecen grandes y atractivas posibilidades para lograr este objetivo.
- 2.** El Cálculo mediante los algoritmos tradicionales. Los estudiantes necesitan conocerlos, aunque no por su impor-



tancia matemática sino para superar la asignatura de matemáticas: son destrezas de supervivencia escolar. Si no saben hacer largas multiplicaciones, divisiones con bastantes dígitos y decimales, serán unos fracasados en la escuela y no podrán hacer nuevos progresos en matemáticas. Se gasta el tiempo y energía enseñando tales cosas bajo el término de destrezas matemáticas básicas. Deben conocerlos, pero con moderación, sin dedi-



carle un tiempo **EXCESIVO**; no ser una barrera tan alta que si no se supera no se pueda seguir prosperando.

**3.** El Cálculo mediante la utilización de máquinas. Fomenta la actitud positiva hacia el cálculo y el aprendizaje de la aritmética, es un importante elemento motivador, permite continuar progresando en Matemáticas a aquellos alumnos con grandes dificultades con los algoritmos usuales, permite una mayor y mejor utilización del tiempo en contenidos genuinamente matemáticos, dedicando más atención a la información inicial, a la toma de decisiones, a la verificación y análisis crítico de los resultados, a la reflexión, proporcionando métodos alternativos a los comunes en la resolución de problemas, pudiendo utilizar datos reales, con un acercamiento a la realidad social, lejos de esos problemas trucados para obtener soluciones enteras, accediendo a temas matemáticos que sobrepasen las destrezas de cálculo adquiridas en un determinado momento, estimulando la investigación matemática, permitiendo una mayor

autonomía, una menor dependencia del profesor, ya que pueden comprobar en muchas ocasiones sus propias conjeturas y tomar decisiones. Es un maestro corrector neutral;



al no perder tanto tiempo con el cálculo, nos queda un tiempo precioso para dedicarnos, "realmente", a **ENSEÑAR MATEMÁTICAS...**

## FILOSOFÍA DE ESTA NUEVA FORMA DE ENSEÑANZA.

Dependiendo del objetivo que estemos tratando de lograr, nos centraremos básicamente en cuatro aspectos:

**1.** Se hace un problema analíticamente, con lápiz y papel, y utilizamos la calculadora para comprobar resultados numéricos o gráficos con métodos alternativos.

**2.** Se hace un problema analíticamente **(A)**, con lápiz y papel, o mentalmente y de forma paralela se hace un estudio que permita comprender conceptos y demostrar gráficamente **(B)** lo que estamos haciendo analíticamente.

**3.** Se resuelven problemas con la ayuda de calculadoras, numérica o gráficamente, y se confirman analíticamente, con lápiz y papel.

**4.** La calculadora es la protagonista, resolviendo problemas y utilizándolas directamente, ya que por métodos tradicionales sería prácticamente imposible.

Recalcamos que todo depende del tema, el momento y el objetivo que estemos trabajando. Más adelante ampliaremos estos aspectos.

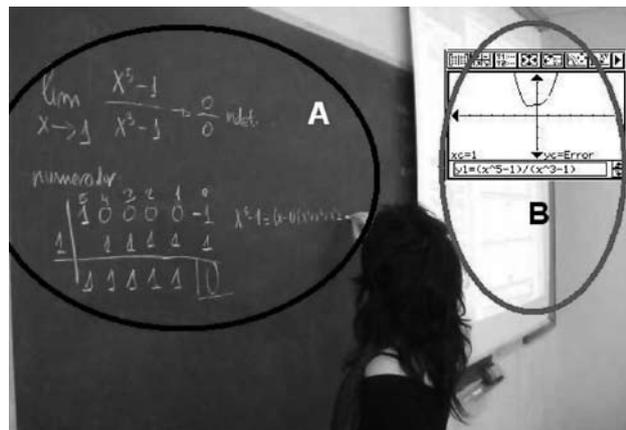
## PERIODO DE FORMACIÓN

Ahora viene un época de transición, en la que se necesita algo muy importante: la formación del profesorado, con esa sensación de "solo ante el peligro" cuando ve al alumno llegar con su calculadora nueva. La máquina no sirve únicamente para hacer operaciones, es una herramienta didáctica potentísima cuando se sabe utilizar adecuadamente. En España algunas Comunidades Autónomas (Cataluña, Valencia, Andalucía, Castilla - La Mancha) autorizan la gráfica en las pruebas PAU, pero los exámenes siguen siendo los mismos, con el simple cambio que el alumno puede "comprobar" resultados. En Portugal es obligatoria desde primero de ESO, en la Europa más avanzada a nivel educativo, está perfectamente introducida, así como Canadá, Australia, Estados Unidos, etc.

Por todo esto los profesores pedimos cursos de formación, sobre todo "ON LINE", en estos momentos en los que nos falta tiempo, para que seamos nosotros los que marquemos el "momento" de trabajar, desde nuestra casa, sin largos desplazamientos, fijando los ritmos de aprendizaje.

## ¿MODIFICARÁ EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS LA UTILIZACIÓN DE CALCULADORAS GRÁFICAS?

Sólo tenemos que pensar en los gruesos manuales de logaritmos, llenos de mantisas, características, interpolaciones, antilogaritmos, tablas trigonométricas, reglas de cálculo... y que han pasado a formar parte de nuestro patrimonio cultural; tanto es así que los más jóvenes que nos estén leyendo quizá no sepan ni de lo que estamos hablando, pero el mundo que nos rodea está cambiando y



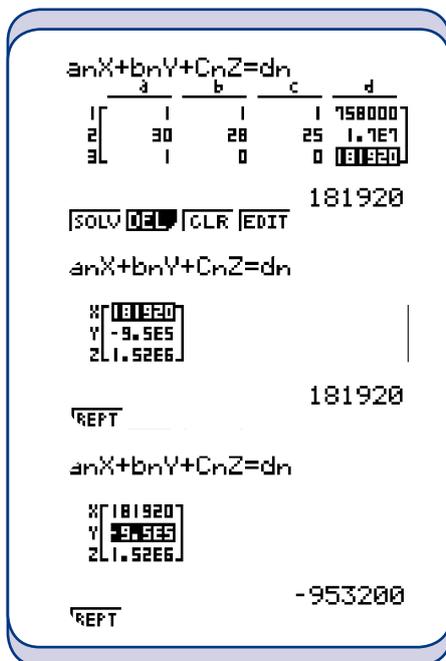
debemos de aprovechar positivamente la potencialidad de las nuevas tecnologías, sin olvidarnos de que donde cambiarán totalmente es en otras asignaturas (tecnología, Física,...), en carreras técnicas..., buscando las herramientas que las matemáticas no sean capaces de darles, con un currículo que ha rebajado sustancialmente el número de horas con respecto al pasado. Así que habrá que andar listos no vaya a ser que cada día seamos menos necesarios los matemáticos y las matemáticas...

Propongamos algunas actividades y una posible intervención de la calculadora:

### ACTIVIDADES. SISTEMAS DE ECUACIONES.

Un estado compra 758 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 30, 28 y 25 \$ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 17 millones de \$. Si del primer suministrador recibe el 24% del total del petróleo comprado, plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar cuáles la cantidad comprada a cada suministrador y resuelve el problema.

**Breve comentario.** Si bien se siguen enseñando con total naturalidad métodos con "lápiz y papel" como los de reducción, igualación, sustitución, gráfico, Gauss, Cramer... éstos son complementados cada día por más docentes con la utilización de máquinas, desde las más sencillas calculadoras científicas a las gráficas. Con ellas podemos cubrir otros objetivos muy importantes como "transcribir correctamente un problema expresado en lenguaje usual al lenguaje algebraico", "interpretar geoméricamente un sistema de ecuaciones con 2 ó 3 incógnitas", "estimular la capacidad de investigación", "interpretar y analizar críticamente los resultados obtenidos en la resolución de un sistema de ecuaciones, expresando correctamente la solución". La calculadora *no lo hace*



*todo.* Puede eliminar la parte tediosa de los cálculos numéricos y permitir más tiempo para hacer matemáticas, para pensar...

### ACTIVIDADES. ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN.

Una bola de acero es lanzada verticalmente hacia arriba desde lo alto de un edificio de altura "h" metros con dependencia funcional, al cabo de "x" segundos, que viene dado por la fórmula:  $h = 80 + 64x - 16x^2$

**(a)** Dibuja la gráfica de la función, señalando en los ejes lo que indica cada uno de ellos y colocando el valor de las unidades de escala.

**(b)** ¿Qué significado tiene el punto (0,8, 120.96) en la gráfica?

**(c)** ¿Qué altura tiene el edificio?

**(d)** ¿En qué instante la bola alcanza su máxima altura?

**(e)** ¿Cuál es la máxima altura que alcanza la bola desde el suelo?

**(f)** ¿Cuánto subió la bola hasta que alcanza la máxima altura?

**(g)** ¿Cuánto tarda la bola en caer al suelo?

**(h)** ¿Cuánto tiempo tarda la bola en estar de nuevo a la misma altura desde la que fue arrojada?

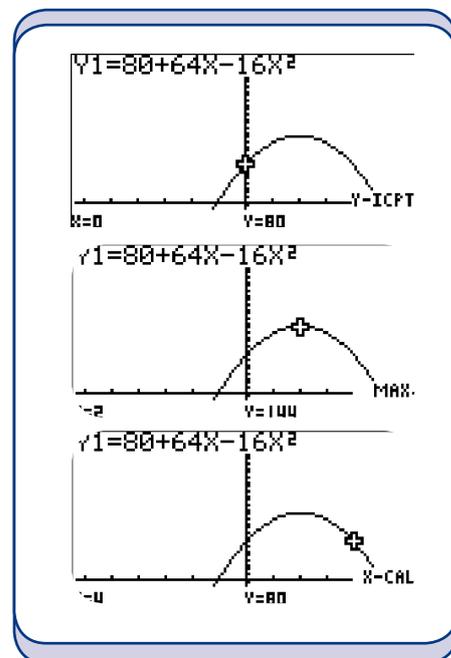
**(i)** ¿A qué altura está la bola a los 4 segundos y medio?

**(j)** ¿A qué altura está la bola a los 10 segundos?

**(k)** Al cabo de 2 segundos la bola... ¿está subiendo o bajando?

Explicalo razonadamente, aplicando conceptos teóricos.

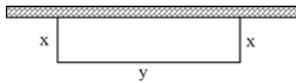
**Breve comentario.** No veamos a la calculadora como un artillero capaz



de representarnos rápidamente funciones, generarnos tablas e incluso, buscar máximos, mínimos, puntos de corte, raíces, etc. sino, fundamentalmente, una nueva forma de enfocar el análisis de funciones, mucho más participativa, dinámica, viva, prevaleciendo la reflexión, donde a partir de multitud de cuestiones hay que meditar en todo momento **QUÉ ES** lo que se pregunta y analizar cada resultado obtenido, objetivo fundamental de las matemáticas, dedicando más tiempo a razonar y buscar estrategias, sin olvidarnos de que la "persona" es la que tiene el protagonismo sobre la "máquina" para "hacer matemáticas". Esta actividad se puede trabajar ya desde 3º de ESO y tengo que confirmar que con gran éxito en la superación de los objetivos planteados.

## ACTIVIDADES. FUNCIONES Y DERIVADAS.

Un granjero dispone de 200 m. de tela metálica para construir 3 lados de una cerca rectangular ya que va adosada a una pared. ¿Qué dimensiones son las que hacen máxima el área del cercado?.



### FUNCIÓN A OPTIMIZAR

$$S = x \cdot y$$

$$x + y + x = 200$$

$$y = 200 - 2x$$

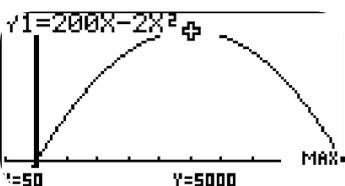
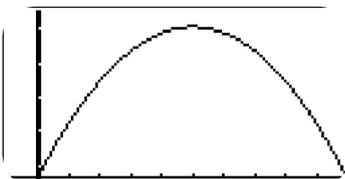
$$S = x(200 - 2x)$$

$$S = 200x - 2x^2$$

X	Y1
0	0
5	950
10	1800
15	2550

X	Y1
35	4550
40	4800
45	4950
50	5000

X	Y1
55	4950
60	4800
65	4550
70	4200



**Breve comentario.** Este tipo de actividades está reservado en el currículo tradicional a 2º de bachillerato, una vez iniciado el tema de derivadas, en el momento que pasamos a sus aplicaciones y al estudio local de una función. Pero con la calculadora gráfica es introducido perfectamente en 4º de ESO (e incluso en 3º), con los objetivos del nuevo currículo, por métodos gráficos o mediante el estudio de una tabla de valores.

## ACTIVIDADES. MATRICES.

Un IES tiene que hacer un pedido de bolígrafos, libros, hojas para fotocopiadora y transparencias. Para ello tiene tres proveedores: Almacenes Pérez, Gráficas Z y El Avilesino. Les pide precios por unidad de lo que necesitan y les dan los siguientes: Almacenes Pérez les cobra 2.35 € por cada bolígrafo, 5.56 € por libro, 4.69 € por el paquete de hojas y 15.75 € por las cajas de transparencias. Gráficas Z, 2.95, 4.50, 5 y 18€, mientras que El avilesino, 3.25, 4.70, 4 y 13 €, respectivamente. Si el pedido consta de 120 bolígrafos, 100 libros, 250 paquetes de hojas y 25 cajas de transparencias:

- Dispón organizadamente estos datos mediante matrices.
- Señala el elemento  $a_{13}$  de cada matriz e interprétalo.
- Calcula matricialmente cuál será el presupuesto total que presenta cada almacén al instituto.
- Si tienes que pagar un 6% de IVA, calcula matricialmente cuál será el presupuesto final que ofrece cada proveedor.
- Comenta los resultados y sugiere cuál será el proveedor más adecuado.

Matriz A:

	1	2	3	4
1	2.35	5.56	4.69	15.75
2	2.95	4.5	5	18
3	3.25	4.7	4	13

Matriz B:

	1
1	120
2	100
3	250
4	25

Operación: Mat A × Mat B

Resultado:

	1
1	2404.2
2	2504
3	2185

Resultado final: 2404.25

Operación: 106 ÷ 100 × Mat Ans

Resultado final: 2548.505

**Breve comentario.** Una vez tratado el tema de una forma "tradicional", la calculadora gráfica permitirá ayudarnos a comprender el significado de las matrices, examinar las operaciones necesarias en cada caso, interpretando y analizando críticamente las soluciones obtenidas, obviando el aburrido trabajo de realizar cálculos repetitivos; en definitiva, dando prioridad al razonamiento, objetivo fundamental de este Bachillerato, sobre el cálculo. Se trata de potenciar este tipo de actividades literales, en muchas ocasiones olvidadas por la densidad del temario y fortalecer el pensamiento crítico, la creatividad, la toma de decisiones..., fomentando el "enseñar para comprender".