



ENSINAR ESTATÍSTICA BIDIMENSIONAL EN ESO E BACHARELATO*

Abel Martín Álvarez**

IES Pérez de Ayala. Oviedo

Rosana Álvarez García**

IES Santa Bárbara. La Felguera

Resumo

A Estatística debe mudar a súa metodoloxía e obxectivos coa aparición das calculadoras, tanto a nivel científico como gráfico. O obxectivo fundamental non debe limitarse á realización de longos e repetitivos cálculos matemáticos, senón ao tratamento dos datos, procura de conclusións, toma de decisións,... en definitiva, pensar!

Como xa temos sinalado nun artigo anterior, “o ensino da Estatística ten que cambiar inevitablemente a súa metodoloxía e os seus obxectivos coa aparición das máquinas de calcular”, tanto a nivel científico como gráfico, tal e como se está a facer en todos os países “desenvolvidos”.

O obxectivo fundamental non debe circunscribirse á realización de longos e tediosos cálculos matemáticos, deixando para o final, como anécdota, o realmente importante: TRATAR DATOS, BUSCAR CONCLUSIÓNS, TOMAR DECISIONS... e, en definitiva, PENSAR!

A estatística está adquirindo na sociedade un papel preponderante, cada día máis presente nos diferentes plans de estudos, desde o ensino Primario ata o Secundario e, sobre todo, no Universitario de todos os países, co inconveniente de que a investigación, para apoiar a súa didáctica, está avanzando de forma moi lenta.

* Como resultado da “Declaración de Santiago”, GAMMA publica unha readaptación do artigo aparecido en SIGMA (24, 51-66).

** Colaboradores do Departamento Didáctico de Casio.

Abstract

Statistics must change its methodology and objectives because of the calculators coming, both in its scientific (level) and in its graphic level. The basic objective must not be to do and repeat long mathematical calculus but to process data/information, search for conclusions, take decisions... in short, to think!

Contidos

Non os imos enumerar pois son de todos coñecidos, abonda con mirar calquera libro de texto. Onde nos imos deter un pouco é nos dous apartados seguintes: obxectivos e metodoloxía, suxerindo modificacións e propostas de novos enfoques.

Obxectivos

- Recoñecer unha variable estatística bidimensional.
- Distinguir entre dependencia funcional e dependencia estatística de variables.
- Saber representar unha distribución bidimensional mediante una nube de puntos.
- Interpretar a correlación como unha medida de relación lineal existente entre dúas variables.
- Recoñecer as rectas de regresión como mellor axuste a unha nube de puntos.
- Calcular a ecuación das rectas de regresión entre dúas variables.
- Realizar predicións a partir dunha recta de regresión



cando sexa factible.

- Facilitar a resolución de problemas, facendo posible que o alumno dedique maior tempo á análise da información inicial, á toma de decisións sobre as accións a realizar, á verificación e análise crítica dos resultados, verdadeiro obxectivo dos cursos preuniversitarios e universitarios.
- Incorporar un elemento motivador como instrumento didáctico.
- Posibilitar a ampliación de contidos.
- Proporcionar métodos alternativos á resolución de problemas, estimulando a capacidade de investigación do alumnado.
- Desenvolver a capacidade de traballo autónomo, podendo comprobar resultados, confirmar conxecturas, sen a constante supervisión do profesor.
- Fomentar o traballo de grupo e a discusión.
- Buscar unha clase máis participativa e reflexiva.
- Eliminar, no posible, a carga que supón a gran cantidade de cálculos matemáticos para chegar ao dato final, a aquel que nos permite tomar unha decisión, feito este que, en moitas ocasións, é o obxectivo fundamental perseguido.
- Exercitar e educar a mente para que o alumno, de forma espontánea, sexa capaz de PENSAR.

Metodoloxía

Comézase a actividade propoñendo aos alumnos una investigación sobre unha situación do seu entorno cotián, como por exemplo:

- Pódese descubrir algunha relación entre a estatura das rapazas e dos rapaces (por separado) e as estaturas das súas respectivas nais?
- Ten relación a altura dos propios alumnos da clase e a porcentaxe de acertos en lanzamentos a canastra, a diferentes distancias, en baloncesto?

O alumno debe planificar a obtención dos datos, representalos en forma de táboas de frecuencias, representalos graficamente en diagramas de dispersión...

Ante a comparación das diversas nubes de puntos así obtidas, o alumno debe facer unha primeira interpretación intuitiva da relación entre as variables, en cada caso, analizando se esa relación é lineal ou non; se a relación é directa ou inversa, se, coa información subministrada pola nube de puntos, se podería interpolar ou extrapolar algún resultado concreto, facendo fincapé en que nesta etapa trátase sempre do estudo de relacións lineais.

Os alumnos deben asociar, identificar e relacionar, á marxe da investigación inicial, diferentes nubes de puntos con distintas situacións.

A partir do estudo das nubes de puntos obtidas, o profesor introduce o concepto de correlación e o coeficiente de correlación como medida do grao de relación lineal entre as variables. O alumnado debe interpretar o significado dos distintos valores e signos do coeficiente de correlación e descubrir o tipo de relación entre as variables perante ditas situacións.

Entre varias nubes de puntos e/ou situacións e varios coeficientes de correlación, o alumno debe asignalos correctamente.

Buscaranse, mediante métodos gráficos, rectas que se axusten ás distribucións bidimensionais estudadas e relacionarán as medias das dúas variables coa recta que máis se axuste. Servíndose desta aproximación intuitiva, o profesor introduce o concepto de recta de regresión. Tamén é importante que o alumno realice extrapolacións utilizando a recta de regresión, estimando as marxes de error posibles.

Na planificación e desenvolvemento do tema, cómpre sinalar dous niveis:

- (a) **4º de ESO**, onde en ningún momento se pretende que o alumno realice cálculos complexos para determinar o coeficiente de correlación, nin os coeficientes da recta de regresión, nin a propia recta de regresión... de forma mecánica. O obxectivo FINAL é ENTENDER os conceptos e APLICALOS a través da análise e da reflexión, para ser capaces de realizar estimacións destes coeficientes e, en calquera caso, calculalos utilizando como ferra-

menta auxiliar unha calculadora científica ou gráfica.

(b) **1º de Bacharelato**, onde todo o anterior acompañase da xustificación mediante os CÁLCULOS MATEMÁTICOS correspondentes. Neste caso, as calculadoras permitirán comprobar e contrastar os resultados obtidos.

Para consolidar os conceptos introducidos, realizarase:

- Un **traballo de investigación** (tema libre) acerca da comprobación do grao de relación entre dúas variables, que debe culminar coa realización dun informe completo con todas as conclusións e análises obtidas, simplificando o máis posible os cálculos matemáticos, utilizando as ferramentas mecánicas habituais da aula, así como un breve comentario do que se está a estudar, con investigación bibliográfica, dándolle un carácter transversal ao tema e á materia.
- Un **cuestionario de preguntas curtas** de autoavaliación, que permitirán comprobar o grao adquirido na comprensión dos contidos do tema.

A continuación propoñeremos diversos modelos de actividades nesta liña que poden servir para dar ideas ao profesorado, auténtico protagonista do enfoque diario na aula.

Para presentar o traballo escollemos a gama de calculadoras gráficas FX 9750G, FX 9750G PLUS, CFX 9850G.. de CASIO por ser as de maior difusión no mercado, que tamén podería facerse coas calculadoras científicas fx 570MS e fx 991MS.

Avaliación

- Traballo de investigación.
- Proba obxectiva escrita (segundo o nivel) na que incluiremos preguntas indagatorias, tipo test.

MODELO DE ACTIVIDADE I

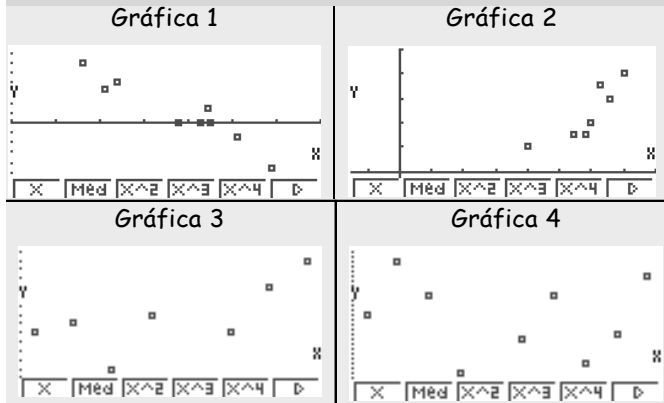
Analiza os seguintes exemplos onde aparecen dúas variables e propón un posible valor de r en cada un dos casos.

Exemplos

- 01** Peso colgado dun resorte e lonxitude do alongamento deste.
- 02** Peso dunha persona e a súa estatura.
- 03** Crecemento dunha planta e número de minutos diario que se fala con ela.
- 04** O mes de nacemento e a altura dun individuo.
- 05** Número de membros dunha familia e presuposto mensual de comida.
- 06** Lugar que ocupan os equipos na clasificación final e número de partidos ganados.
- 07** Lugar que ocupan os equipos na clasificación final e número de partidos perdidos.
- 08** Lugar que ocupan os equipos na clasificación final e número de partidos empatados.
- 09** Pintura empregada e superficie pintada.
- 10** A cantidade dunha determinada vitamina engadida á dieta e a altura dos individuos.
- 11** A media da altura dos proxenitores e a altura dos fillos.
- 12** O número de horas estudadas e as notas obtidas nunha materia.
- 13** O número de irmáns e as notas obtidas.
- 14** As notas obtidas en Matemáticas e o peso dunha alumna.
- 15** Diñeiro invertido na publicidade “todos contra o lume” e número de incendios.
- 16** Diñeiro invertido na publicidade dunha marca deportiva e vendas realizadas.
- 17** O número de pulsacións e a idade.
- 18** Cantidade de diñeiro obtido por un capital, a rédito constante, co paso do tempo.
- 19** Índice de mortalidade dun país e a súa renda per cápita.
- 20** Lonxitude da man e lonxitude do pé.
- 21** Velocidade e tempo que un vehículo tarda en percorrer unha distancia.

MODELO DE ACTIVIDADE II

Asigna a cada nube de puntos a correlación lineal que lle corresponde.



- (a) $r = 0.84$ (b) $r = -0.15$
 (c) $r = -0.95$ (d) $r = 0.71$

MODELO DE ACTIVIDADE III

As estaturas de dez rapazas e das súas respectivas nais son as seguintes, expresadas en centímetros.

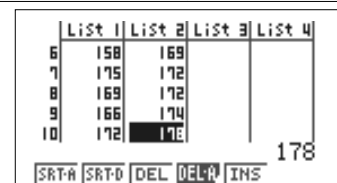
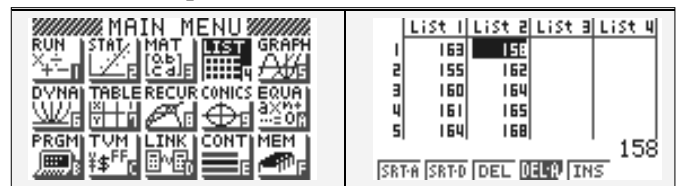
Fillas	158	162	164	165	168	169	172	172	174	178
Nais	163	155	160	161	164	158	175	169	166	172

- (a) Cantos individuos da mostra e que porcentaxe hai, en realidade, no intervalo $(\bar{x} - s_x, \bar{x} + s_x)$?
- (b) Cantos individuos da mostra e que porcentaxe hai, en realidade, no intervalo $(\bar{y} - s_y, \bar{y} + s_y)$?
- (c) Interpreta, analiza e compara os resultados obtidos acerca da estatura das fillas e da estatura das nais: n , Σx , \bar{x} , intervalo $(\bar{x} - s_x, \bar{x} + s_x)$, Σy , \bar{y} , intervalo $(\bar{y} - s_y, \bar{y} + s_y)$.
- (d) Como se denomina a varianza conxunta das variables x e y ? Calcula o valor de dito parámetro e interpreta o seu significado.
- (e) Debuxa a nube de puntos correspondente e comenta de forma intuitiva, á vista da mesma, a relación que se estima hai entrambas as variables.
- (f) Cuantifica, de forma matemática e precisa, a relación existente entrambas as variables. Xustifica matematicamente a resposta.
- (g) Calcula a ecuación da recta de regresión de y sobre x . Xustifica matematicamente a resposta.

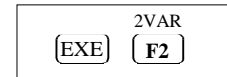
- (h) Debuxa a recta de regresión de y sobre x .
- (i) Se unha muller que mide 1.63 m ten unha filla, ¿canto se espera que mida esta? Xustifica matematicamente a resposta.
- (j) Comenta a fiabilidade das predicións.
- (k) Calcula a ecuación da recta de regresión de x sobre y . Debúxa.
- (l) Se unha rapaza mide 1.70 m, ¿canto se espera que mida a nai? Xustifica matematicamente a resposta.

PROPOSTA DE RESOLUCIÓN DA ACTIVIDADE III COA CALCULADORA GRÁFICA

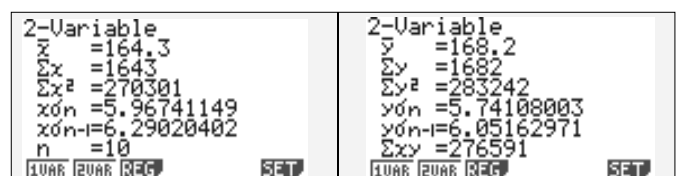
Introducimos na calculadora os pares de datos coa súa correspondente frecuencia...

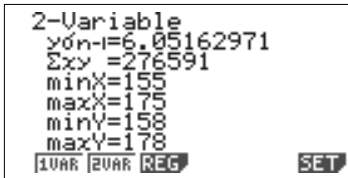


Entramos no modo estatística e adecuamos as listas ás variables.



... obténdose os seguintes resultados:





A continuación, xa estaríamos en disposición de interpretar, debater e reflexionar acerca dos resultados obtidos nas estaturas das dez rapazas e das súas respectivas nais, evitando os tediosos, aburridos e interminables cálculos aritméticos, dedicando máis tempo á análise dos diferentes conceptos e conclusións que encerra cada un de ditos valores.

(a) Intervalo estatura das nai: (158.33, 170.27)

Individuos: 6 nais.

Porcentaxe: $6/10 = 0.60$; 60%

(b) Intervalo estatura das fillas: (162.46, 173.94)

Individuos: 6 fillas.

Porcentaxe: $6/10 = 0.60$; 60%

(c)

- Estudáronse 10 rapazas e as súas respectivas nais (n).

- Se sumamos as alturas de todas as fillas obtemos 1682 cm. (S_y), mentres que a suma das estaturas das nais é lixeiramente inferior, 1643 cm. (S_x).

- A media das alturas das fillas (= 168.2 cm) é superior á das nais (= 164.3 cm).

- O 60 % das fillas ten unha altura comprendida entre 162.5 y 174 cm, e, das nais, tamén o 60%, está no intervalo 158.3 y 170.3 cm.

(d)

Ó parámetro chámasele COVARIANZA (S_{xy})

$S_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i \cdot f_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y}$	$\frac{276591 + 10 \cdot 164.3 \cdot 168.2}{23.84}$
$S_{xy} = 23.84$	
$(S_{xy} > 0)$	

No estudo conxunto de dúas variables, o que nos interesa principalmente é saber se existe algún tipo de relación entre elas. A covarianza é unha medida descritiva que serve para medir ou cuantificar esta relación. O inconveniente da covarianza, como medida de asociación,

é a súa dependencia das unidades. Haberá que definir unha nova medida, que non estea afectada polos cambios nas unidades de medida. Esta medida será o coeficiente de correlación lineal r , que veremos máis adiante.

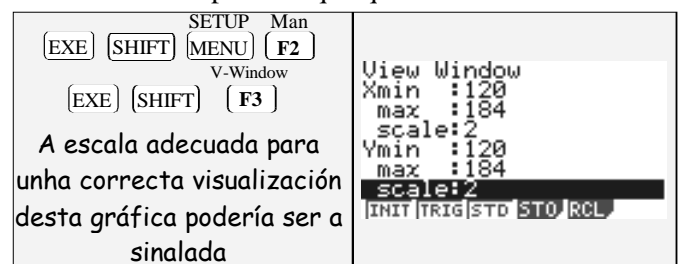
A covarianza ($S_{xy} > 0$) indícanos que a relación vai ser directa, é dicir, cando aumenta a estatura das nais, aumenta a estatura das fillas.

(e)

Outra das vantaxes da calculadora gráfica é que nos permite representar con total sinxeleza o DIAGRAMA DE DISPERSIÓN OU NUBE DE PUNTOS, para poder analízalo rapidamente.



Non hai que esquecer que hai que traballar en **MANUAL** para introducirle o valor dos parámetros de visualización de pantalla que queiramos:



Lembra que este tipo de gráfica témolose deseñado en **GPH1**.



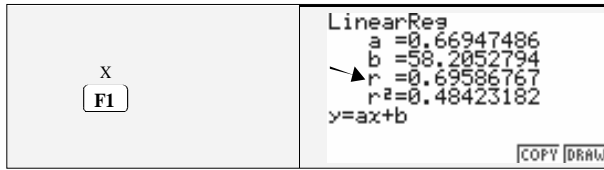
PREVISIÓN: a relación é lineal, directa, positiva, non moi forte.

(f)

Estudaremos coa axuda do coeficiente de correlación lineal de Pearson (r):

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{23.84}{5.967411499 \cdot 5.741080038} = 0.6958676749$$

CONFIRMADO: A relación é lineal, directa, positiva, non moi forte.



(g)

$$y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} (x - \bar{x})$$

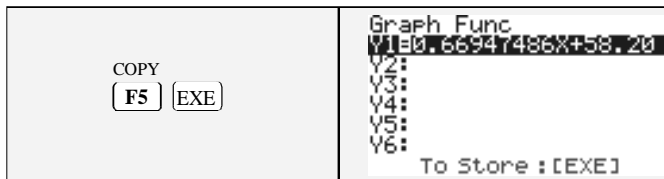
$$y - 168.2 = \frac{23.84}{5.967411499^2} (x - 164.3)$$

$$y = 0.6694748666 x + 58.2052794$$

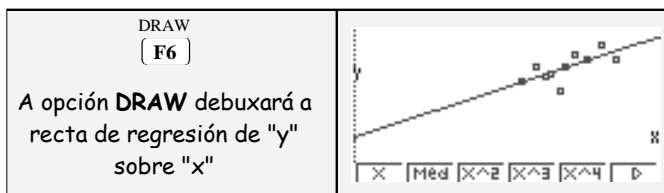
Na pantalla anterior da calculadora gráfica obtivemos os valores teóricos dos parámetros a e b da expresión $y = ax + b$.

$$y = 0.66947486 x + 58.205279$$

Se o que queremos é gardar a ecuación da recta de regresión como función, para utilizala en calquera momento ou realizar algún estudo, só habería que premer:



(h)



(i)

Ao estar r relativamente próximo a 1, os valores que obteñamos serán “relativamente” fiables e estarán próximos ao valor estimado.

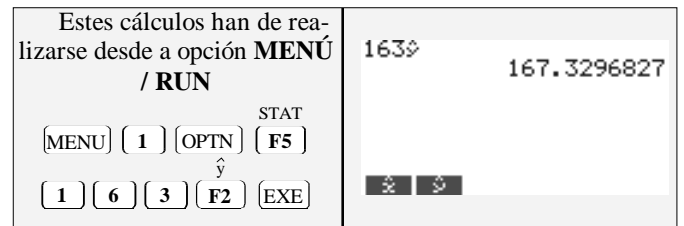
Introducimos na recta de regresión de y sobre x , o valor $x = 163$ cm.

$$y = 0.6694748666 x + 58.2052794$$

$$y = 0.6694748666 \cdot 163 + 58.2052794$$

$$y = 167.3296827$$

Espérase que a estatura da filla sexa de aproximadamente 167.33 cm.



(j)

A recta de regresión explicaría o 69.59% dos casos ($r = 0.6959$).

(k)

$$x - \bar{x} = \frac{S_{xy}}{S_y^2} (y - \bar{y})$$

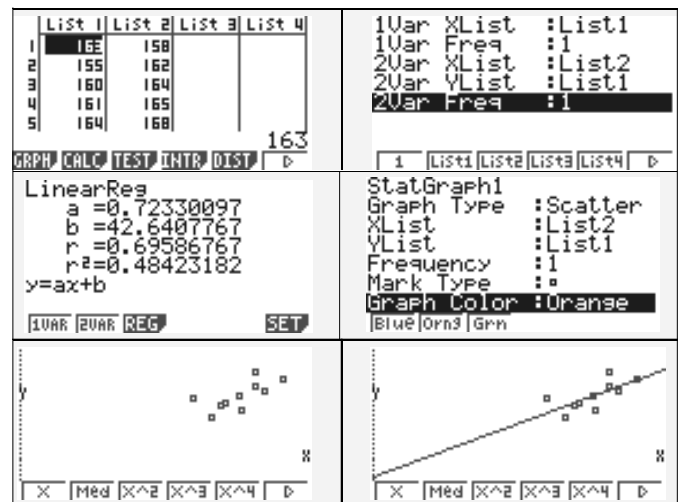
$$x - 164.3 = \frac{23.84}{5.741080038^2} (y - 168.2)$$

$$x = 0.7233009708 y + 42.64077671$$

LEMBRA: Neste caso non se podería utilizar a calculadora científica de forma directa xa que a recta $y = Bx + A$ NON minimiza o erro da variable x . Poderíase utilizar o “truco” de introducir de novo os pares de datos: En primeiro lugar o y , despois o x .

Nais	163	155	160	161	164	158	175	169	166	172
Fillas	158	162	164	165	168	169	172	172	174	178

Se introducimos os datos de novo, como se nos indicou anteriormente, confirmaremos resultados (na calculadora gráfica simplemente se intercambian as



(I)

Ao estar r próximo a 1, os valores que obteñamos serán fiables e estarán próximos ao valor estimado.

Introducimos na recta de regresión de x sobre y o valor $y = 170$.

$$x = 0.7233009708 y + 42.64077671$$

$$x = 0.7233009708 \cdot 170 + 42.64077671$$

$$x = 165.6019427 \text{ cm.}$$

Esperase que a estatura da nai se aproxime a

Estes cálculos han de realizarse desde la opción MENÚ / RUN	170 ^o 165.6019417
(MENU) (1) (OPTN) (F5) (1)	
(7) (0) (F2) (EXE)	

165.60 cm.

CUESTIONARIO DE PREGUNTAS AUTOAVALIACIÓN

Unha vez finalizada a presentación teórica do tema e algunha actividade básica, propoñeremos un cuestionario de preguntas, de contestación curta, co obxectivo de CONSOLIDAR e comprobar o grao de comprensión dos conceptos. A resposta será individual, traballada en casa e rexistrada no caderno, para una posterior posta en común e discusión en clase, actuando o profesor como moderador, buscando sempre o debate e a

Contesta brevemente ás seguintes cuestións de forma razoada:

- 01 Que quere dicir que a correlación é lineal? E curvilínea?
- 02 Explica qué significa que a correlación lineal entre dúas variables sexa positiva. Pon un exemplo.
- 03 Cando se di que a correlación lineal entre dúas variables é negativa? Pon un exemplo.
- 04 Propón e debuxa unha posible nube de puntos dunha distribución sabendo que a súa correlación é lineal, positiva e moi forte.
- 05 Existe algún punto polo que sempre pase a recta de regresión?

06 Que quere dicir que a correlación lineal entre dúas variables é moi débil? Pon un exemplo.

07 Escribe a expresión matemática do coeficiente de correlación lineal de Pearson.

08 Ten sentido calcular a recta de regresión dunha distribución bidimensional sabendo que o coeficiente de correlación é $r = 0.12$?

09 Que valores pode tomar o coeficiente de correlación lineal?

10 Cal é o significado do signo da *covarianza*?

11 Se coñeces o signo da covarianza, podes afirmar algo sobre a correlación?

12 Que valor toma r cando a covarianza é nula?

13 Cando se di que dúas variables están en *dependencia funcional*? Pon un exemplo.

14 Dicir que dúas variables están *incorreladas*, é o mesmo que dicir que son estatisticamente independentes?

15 Cando se di que dúas variables non son estatisticamente independentes?

16 Dada una nube de puntos, existe algún método que permita obter *aproximadamente* o valor de r sen necesidade de realizar ningún cálculo?

17 A correlación só é válida para valores próximos aos datos. Por que?

18 Para que serve a recta de regresión nunha distribución bidimensional?

19 Antes de calcular a recta de regresión, é conveniente obter o coeficiente de correlación lineal? Razona a resposta.

20 Se o valor absoluto do coeficiente de correlación lineal é moi próximo á unidade, podemos estar seguros de que as previsións que realicemos serán fiables?

21 Ao extrapolar fóra del percorrido da distribución, córrese o perigo de obter resultados erróneos?

22 Coñeces algún tipo de relación funcional de tipo non lineal? En caso afirmativo, enumera algún.

Cuestións

reflexión.

Unha vez acabada esta primeira fase traballaremos o tema mediante **tres tipos de actividades** a realizar en clase e na proba obxectiva escrita:

- ACTIVIDADES tipo A, nas que o alumno pode utilizar a calculadora como ferramenta auxiliar para realizar operacións comprobar resultados, xustificando matematicamente, en todo momento, o que fai.
- ACTIVIDADES tipo B, nas que a calculadora cobra total protagonismo, con preguntas deseñadas para que, despois de introducir os datos na máquina, o alumno se centre nas respostas, na reflexión e onde o obxectivo fundamental é a APLICACIÓN dos resultados ás situacións propostas.
- ACTIVIDADES INDAGATORIAS tipo TEST, cunha resposta a elixir de entre varias.

PROPOSTA DE ACTIVIDADES TIPO A

Unha compañía desexa facer predicións do valor anual das súas vendas totais en certo país a partir da relación entre estas e a renda nacional. Para investigar a relación conta cos seguintes datos:

X	160	181	196	241	265	285	298	316	337
Y	410	415	423	452	463	479	460	450	501

onde X representa a renda nacional en millóns de dólares e Y representa as vendas da compañía en miles de dólares no período que vai desde 1980 ata 1988 (ambos inclusive).

- (a) Cantos países da mostra, e que porcentaxe, teñen a súa renda nacional no intervalo $(\bar{x} - s_x, \bar{x} + s_x)$?
- (b) Interpreta e analiza os resultados obtidos na media e no intervalo $(\bar{x} - s_x, \bar{x} + s_x)$.
- (c) Calcula o valor da covarianza e interpreta o resultado.
- (d) Debuxa a nube de puntos correspondente e comenta de forma intuitiva, á vista da mesma, a relación que se estima hai entre ambas as variables.
- (e) Cuantifica, de forma precisa, a relación existente entre a renda nacional, en millóns de dólares, e as vendas da compañía, en miles de dólares. XUSTIFICA matematicamente os resultados e interprétaos.

(f) En 1989 espérase que a renda nacional do país sexa de 325 000 000 de dólares. Cal será a predición para as vendas da compañía neste ano? Xustifica matematicamente os resultados.

(g) Comenta a fiabilidade das predicións.

(h) Debuxa a recta de regresión lineal que obtiveches.

(i) Se un país ten unha renda de 622.000.000 \$, cal será a predición para as vendas da compañía nese ano? Xustifica matematicamente os resultados.

(j) Se no país dita compañía alcanza un volume de vendas de 489.000 \$, que renda nacional estimas que terá? Xustifícao matematicamente.

PROPOSTA DE ACTIVIDADES TIPO B

Contesta ás seguintes cuestións, DE FORMA RAZOADA, utilizando como ferramenta auxiliar unha calculadora.

Actividade I

Faise un estudo nun grupo de coches, onde se mide a velocidade máxima (en km/h) que alcanzan e a cilindrada (en cm^3) que teñen, obténdose os seguintes resultados:

Velocidade	125	130	140	145	150	170	190	195
cilindrada	1000	1200	1400	1600	1600	1800	2000	2000

- (a) Cal cres que será a variable estatística dependente e a v.e. independente?
- (b) Existe relación lineal entre ambas as variables?
- (c) En caso afirmativo, comenta as características desta relación.
- (d) Un coche ten unha cilindrada de 5000 cm^3 . Cal cres que será a velocidade máxima que alcanza?
- (e) Un coche ten unha cilindrada de 1500 cm^3 , cal estimas que será a velocidade máxima que alcanza?
- (f) Cal é o grao de fiabilidade desta predición?
- (g) Serías capaz de encontrar unha fórmula que relacionase ambas as variables? Cal é?
- (h) E se che din que o coche alcanza unha velocidade de 160 km/h, que cilindrada esperas que teña? Busca a solución co mínimo error.

Actividade 2

Observamos a presión atmosférica (en mm Hg) e a temperatura media dos correspondentes días (expressadas en °C), obténdose os seguintes resultados:

temperatura	18	19	20	18	22	21
Presión	789	800	805	785	820	820

- (a) Cal cres que será a variable estatística dependente e a v.e. independente?
- (b) Existe relación lineal entre ambas as variables?
- (c) En caso afirmativo, comenta as características desta relación.
- (d) Un día no que temos 21.5 °C, que presión atmosférica se espera?
- (e) Un día no que temos 32 °C, que presión atmosférica se espera?
- (f) Cal é o grao de fiabilidade destas predicións?
- (g) Serías capaz de encontrar unha fórmula que relacionase ambas as variables? Cal é?
- (h) E se che din que a presión atmosférica, nun momento determinado, é de 810 mm Hg, que temperatura esperas que haxa? Busca a solución co mínimo error.

PROPOSTA DE ACTIVIDADES INDAGATORIAS TIPO TEST

01.- Nun axuste lineal, se o coeficiente de correlación lineal vale -1, entón:

- A) As dúas rectas de regresión coinciden.
- B) As dúas rectas de regresión son paralelas.
- C) As dúas rectas de regresión son perpendiculares.
- D) Ningunha das anteriores.

02.- O diagrama de dispersión ou nube de puntos é a representación de:

- A) As frecuencias absolutas de dúas variables.
- B) Unha táboa de continxencia.
- C) Os valores de dúas variables cualitativas.
- D) Os valores de dúas variables cuantitativas continuas.

03.- Sexan X e Y dúas variables aleatorias que non sexan independentes. Entón:

- A) A varianza da suma é a suma das varianzas
- B) A varianza da suma é menor que a suma das varianzas.
- C) A varianza da suma é maior que a suma das varianzas.
- D) A varianza da suma unhas veces é maior e outras veces é menor.

04.- A covarianza entre dúas variables X e Y

- A) É adimensional.
- B) Depende da escala de medida.
- C) Vale cero se as variables son independentes.
- D) Sempre toma valores no intervalo [-1, 1].

05.- Dispoñemos dun conxunto de pares de datos correspondentes a dúas variables, X e Y, independentes. Entón:

- A) As dúas rectas de regresión coinciden.
- B) As dúas rectas de regresión son paralelas.
- C) As dúas rectas de regresión son perpendiculares.
- D) Ningunha das anteriores.

06.- O coeficiente de correlación lineal de Pearson entre X e Y

- A) Ten o mesmo signo que a covarianza.
- B) Mide o grao de asociación entre as variables.
- C) Se vale cero, as variables son independentes.
- D) Vale cero se as variables son independentes.

07.- A relación que existe entre as dúas variables dunha distribución bidimensional chámase:

- A) Covarianza.
- B) Regresión.
- C) Desviación típica.
- D) Correlación.

08.- Se o coeficiente de correlación lineal de Pearson vale $r = -0,89$, cal das seguintes afirmacións é certa?

- A) X e Y son estatisticamente independentes.
- B) X e Y están en dependencia estatística débil.

C) X e Y están en dependencia estatística forte.

D) X e Y están en dependencia funcional.

09.- Cal dos seguintes valores non pode tomar o coeficiente de correlación lineal de Pearson?

A) -1

B) 0

C) 1/2

D) 3/2

10.- Se a media da variable X é 1, e a da variable Y é 2, que é (1, 2)?

A) A comedia.

B) A covarianza.

C) A desviación típica.

D) O centro de gravidade da distribución bidimensional.

Ao final, a proba obxectiva escrita intentaría aglutinar todas as actividades, cuestións e obxectivos traballados ao longo do tema, segundo xa temos sinalado.

Aínda que a investigación da didáctica da ESTATÍSTICA coas novas tecnoloxías está dando os seus primeiros pasos, somos moitos os que estamos tra-

ballando no tema, con múltiples e variados enfoques. Concretamente, no noso centro, no IES Pérez de Ayala de Oviedo (Asturias), estamos levando a cabo un PROXECTO onde se inclúe na aula a nova tecnoloxía ClassPad de CASIO, cunha ferramenta educativa e matemática de última xeración, que conta cun gran número de prestacións vantaxes; as súas cualidades fana un híbrido entre calculadora gráfica-alxebraica, ordenador de peto e PDA con lapis táctil interactivo. En cada sesión, cada alumno dispón dunha calculadora de man e unha retroproyector para o profesor, que permite chegar a todos facilmente, xerando unha visualización xeral, que chega de forma instantánea a todos os alumnos, convivindo de forma paralela e simultánea cunha ensinanza máis “tradicional”.

Todo o mencionado estámolo a traballar nalgúns grupos de diferentes niveis de ESO e Bacharelato, sen necesidade de saír da aula, cun simple retroproyector, co obxectivo de comprobar as súas posibilidades didácticas, como elemento motivador, de reforzo visual e conceptual de todo aquilo que imos traballando día a día.

Nota dos autores

Tamén cómpre destacar que cada alumno dispón dun CD Rom que lle permite a instalación dun emulador no seu ordenador persoal, podendo traballar coa máquina na casa dunha forma cómoda e sinxela, onde o rato pasa a ser o lapis táctil da calculadora de man.

Para cualquera dúbida, intercambio de opinións, materiais, suxestións, petición de materiais... non dubidedes en poñervos en contacto con nós: abelj@telecable.es ; rosanaag@telecable.es

