

# LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL, LA CALCULADORA GRÁFICA Y LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS.

**Abel Martín**

Profesor de Matemáticas del IES Pérez de Ayala (Oviedo - Asturias)

**Rosana Álvarez García**

Profesora de Tecnología del CPEB Cerredo (Degaña - Asturias)

La distribución binomial tiene numerosas aplicaciones en el campo de la Probabilidad y la Estadística, cada día más presente en los programas de ESO, Bachillerato y Universitarios.

De forma clásica y tradicional siempre hemos resuelto este tipo de problemas con la ayuda de unas tablas que vienen incorporadas al final de los libros de texto. En las no tan lejanas pruebas de selectividad, nos facilitaban una fotocopia de estas tablas, mostrándonos, en realidad, una pista de la estrategia que deberíamos de seguir a la hora de resolver el problema.



A continuación vamos a describir una nueva forma de afrontar estos problemas, suponiendo que el alumno tiene una calculadora gráfica como herramienta habitual (en nuestro caso utilizamos la **CFX 9850 GB PLUS de CASIO Y CLASSPAD**), como ya ocurre en las "aulas" de la casi totalidad de los países "desarrollados", incluidas gran parte de nuestras Comunidades Autónomas. El uso de la calculadora gráfica nos permite comprobar rápidamente y de forma visual, aquello que estamos buscando, con un enfoque más investigador e innovador, dando prioridad al razonamiento, permitiéndonos más tiempo para pensar y analizar tanto lo que hacemos como los resultados que obtenemos, así como poder observar la procedencia de determinadas fórmulas utilizadas con asiduidad.

En los experimentos aleatorios, aquellos cuyo resultado no se puede predecir de antemano, es necesario cuantificar los resultados obtenidos con el fin de asignarles un valor numérico que nos permita realizar operaciones matemáticas. La función que a cada resultado de un experimento aleatorio le asigna un valor numérico concreto se le llama *variable aleatoria X*.

El conjunto de posibles resultados en un experimento aleatorio se conocen como espacio muestral  $E$ , siendo la variable aleatoria la aplicación que asigna un valor Real a cada elemento de ese espacio muestral. Si la variable aleatoria sólo toma valores enteros se denomina variable aleatoria discreta, mientras que si toma valores en  $\mathbb{R}$ , hablamos de variable aleatoria continua.

La función de probabilidad de una variable aleatoria es la función que asigna a los valores que toma la variable aleatoria su correspondiente probabilidad  $P(X = k)$ , mientras que la función de distribución  $F(X)$  es la probabilidad  $P(X \leq k)$ .

En este tema vamos a trabajar con la distribución de probabilidad Binomial que describe experimentos que cumplen una serie de condiciones:

- El modelo de distribución Binomial define experimentos consistentes en realizar ensayos repetidos e independientes. Cada uno de estos experimentos presenta dos posibles resultados que denominamos éxito o fracaso, cuya probabilidad se mantiene constante en las diferentes pruebas.

- La variable se define como  $X$  "nº de veces que ocurre el suceso  $A$  en  $n$  experimentos", y viene determinada por dos parámetros:

- $n$  = tamaño muestral, número de experimentos realizados.

- $p = P[A]$  = probabilidad de que tenga lugar el suceso  $A$ .

- La función de probabilidad de la distribución  $B(n, p)$  es:

$$P[X = x] = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{(n-x)}$$

En el caso de la binomial, la variable toma valores comprendidos entre **cero** y **n**.

Los parámetros que caracterizan la distribución binomial son:

☞ Media o esperanza matemática:

$$\bar{X} = E[X] = \sum_1^n x_i \cdot p_i$$

Donde  $x_i$  son los posibles valores que toma la variable aleatoria y  $p_i$  la probabilidad asociada a cada uno de ellos.

☞ Varianza:

$$\text{Var}(X) = \sum x_i^2 \cdot p_i - [E[X]]^2$$

$$\text{Var}(X) = [x_1 - E(X)]^2 \cdot p_1 + [x_2 - E(X)]^2 \cdot p_2 + \dots + [x_n - E(X)]^2 \cdot p_n$$

Con la calculadora gráfica podemos realizar los cálculos desde dos modos diferentes el modo **TABLAS**, y el modo **ESTADÍSTICA**. Para poder trabajar, desde el modo **TABLE**, con las distribuciones discretas es necesario conocer la función de probabilidad que define cada una, así como la forma de calcular los parámetros que las caracterizan, media y varianza.

Para empezar a trabajar:

(a) Construiremos la función de probabilidad.

(b) Generaremos tablas en un intervalo de valores que nosotros establecemos.

(c) Pasaremos los resultados al modo LISTAS.



Trabajaremos con una distribución binomial sencilla que nos permita familiarizarnos con los modos, teclas y opciones que vamos a necesitar para estudiar variables aleatorias discretas. Nos iniciaremos con la siguiente variable aleatoria cuyo comportamiento se ajusta a la distribución binomial de parámetros:

$$B(5, 0.2)$$

el tamaño muestral o número de experimentos realizados es 5 y la probabilidad de éxito  $P(X = A) = 0.2$ .

La variable se define como:

$X \equiv$  "número de veces que ocurre el suceso A, en 5 experimentos"

(a) La función de probabilidad asociada es:

$$P[X = x] = \binom{5}{x} \cdot 0.2^x \cdot (1 - 0.2)^{(5-x)}$$

$$P[X = x] = \binom{5}{x} \cdot 0.2^x \cdot 0.8^{(5-x)}$$

Para introducir la función de probabilidad en la CLASSPAD, escribiremos la función de probabilidad asociada, indicando el conjunto de posibles valores que puede tomar la variable (Inicio: 0, Fin: 5; Paso: 1)

$$y1 = nCr(5, x) \cdot 0.2^x \cdot 0.8^{(5-x)}$$

The first screenshot shows the 'Edit Tipo MemG' window with the formula  $nCr(5, x) \cdot 0.2^x \cdot 0.8^{5-x}$  entered. The second screenshot shows the 'Entrada de tabla' dialog box with 'Inicio: 0', 'Fin: 5', and 'Paso: 1' set. The third screenshot shows the 'Edit Fact T Gráfico' window displaying a table of values for x and y1.

x	y1
0	0.3276
1	0.4096
2	0.2048
3	0.0512
4	6.4e-3
5	3.2e-4

Ya tenemos la función de probabilidad de la distribución binomial de parámetros  $n = 5$  y  $p = 0.2$

(b) Hemos obtenido la tabla con los posibles valores de la variable y la probabilidad de cada uno.

(c) El modo TABLA de opción de funciones no nos permite generar nuevas tablas, por lo que sería interesante poder llevar esta información al modo LISTAS para poder trabajar con los valores obtenidos.

Para poder pasar al modo listas nos situamos en la lista de valores de la variable  $x$ , y vamos a opciones:

◆

*Tabla a lista*

memoriza la lista y nos la sitúa en la lista que nosotros elijamos:

*eAct/xi*

Para pasar la lista de probabilidades  $y1$  nos situamos sobre ella y vamos a opciones:

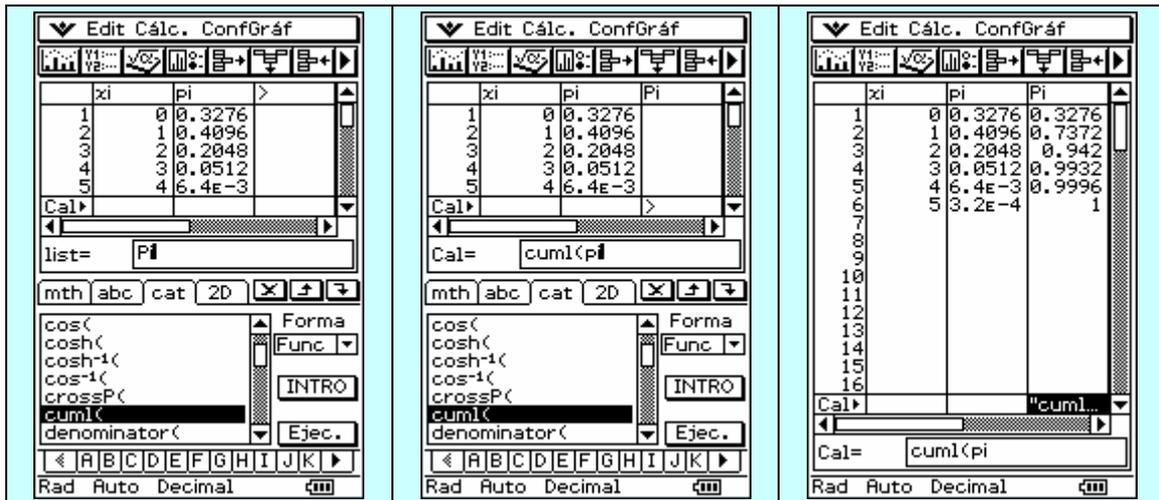
◆

*Tabla a lista*

memoriza la lista y nos la sitúa en la lista que nosotros elijamos:

*eAct/pi*

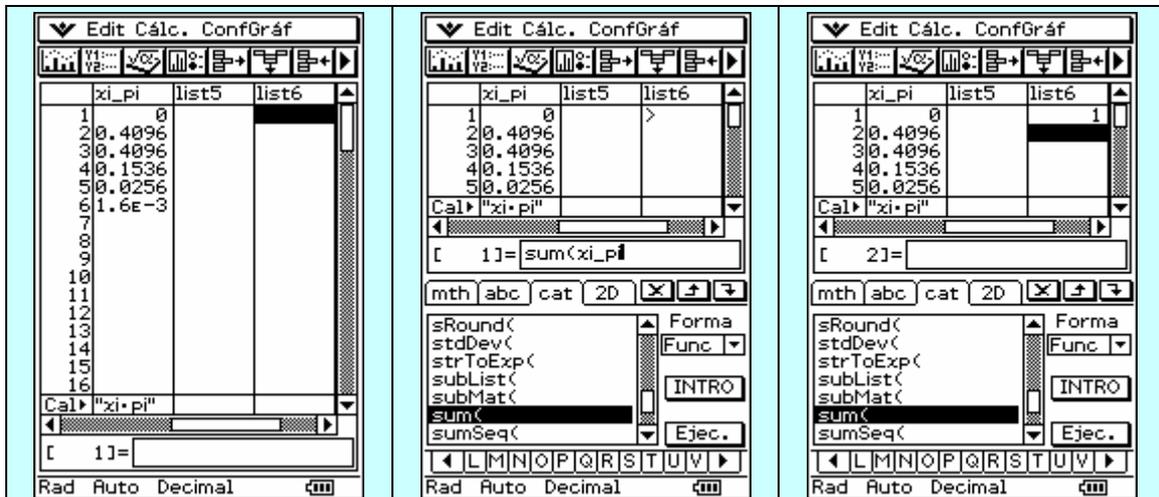
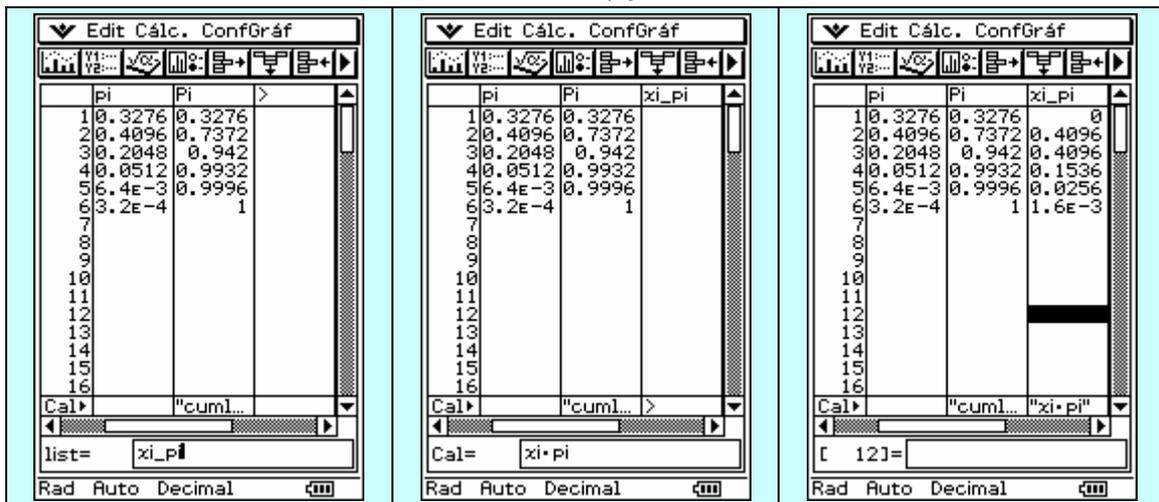
Una vez obtenida la función de probabilidad podemos obtener la función de distribución asociada  $F(x) = \sum \pi_i$  y que llamaremos  $P_i$ , para ello situamos el cursor sobre la lista 3:



Ya tenemos en la lista pi la función de probabilidad que nos da la probabilidad de cada valor de la variable  $P[X = x]$ , y en la lista Pi tenemos la función de distribución que nos da la  $P[X \leq x]$ .

Calculemos ahora la media o esperanza matemática de la variable y la varianza. Para calcularlas situamos el cursor en el hueco de la lista 4 (xi\_pi):

La media viene dada por 
$$E[X] = \sum_{i=0}^{i=5} x_i \cdot p_i$$



Obtenemos el valor de la esperanza matemática

$$E[X] = 1$$

La varianza viene dada por:

$$\text{Var}[X] = \sum x_i^2 \cdot p_i - E[X]^2$$

En la list5 generamos la columna  $x_i^2 \cdot p_i$  para luego sumarla

The screenshots show the following steps:

- Initial data entry into list6:
 

xi_pi	list6
1	0
2	0.4096
3	0.4096
4	0.1536
5	0.0256
6	1.6E-3
- Creating a new column 'xi\_xi\_pi' in list5:
 

xi_pi	xi_xi_pi	list6
1	0	0
2	0.4096	0.4096
3	0.4096	0.8192
4	0.1536	0.4608
5	0.0256	0.1024
6	1.6E-3	8E-3
- Calculating the sum of list5:
 

xi_pi	xi_xi_pi	list6
1	0	0
2	0.4096	0.4096
3	0.4096	0.8192
4	0.1536	0.4608
5	0.0256	0.1024
6	1.6E-3	8E-3
- Summing the values in list5 to get 1.8:
 

xi_pi	xi_xi_pi	list6
1	0	0
2	0.4096	0.4096
3	0.4096	0.8192
4	0.1536	0.4608
5	0.0256	0.1024
6	1.6E-3	8E-3
- Calculating the variance:
 

xi_pi	xi_xi_pi	list6
1	0	0
2	0.4096	0.4096
3	0.4096	0.8192
4	0.1536	0.4608
5	0.0256	0.1024
6	1.6E-3	8E-3

$$\text{Var}[X] = \sum x_i^2 \cdot p_i - E[X]^2$$

$$\text{Var}[X] = 1.8 - 1^2$$

$$\text{Var}[X] = 0.8$$

De esta forma conseguimos que la calculadora sirva para realizar los cálculos con EL OBJETIVO de que el alumnado conozca la función de probabilidad de la distribución y el significado de la función de distribución. El cálculo de la media y la varianza también los estamos realizando por la fórmula inicial, limitándonos a interpretar su significado: la calculadora hace el trabajo "sucio" de los interminables cálculos matemáticos.

Otra posibilidad para calcular la media y varianza sería desde el modo ESTADÍSTICA. Una vez que tenemos las listas con los valores de la variable y la función de probabilidad, lo único que tenemos que hacer es trabajar con una variable, xi, de frecuencia las probabilidades, pi. Una vez establecidos los valores de la variable y sus frecuencias vamos a cálculo de una variable y obtenemos la media y desviación típica.



$$E(X) = 1$$

$$\text{Var}[X] = x_{0n}^2$$

$$\text{Var}[X] = 0.89442171^2$$

$$\text{Var}[X] = 0.8$$

**COMPROBACIÓN APLICANDO LAS FÓRMULAS HABITUALES CORRESPONDIENTES**

$$E(X) = n \cdot p =$$

$$E(X) = 5 \cdot 0.2 = 1$$

$$\text{Var}(X) = n \cdot p \cdot q =$$

$$\text{Var}(X) = 5 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 0.8$$

## MODELO DE ACTIVIDAD (I)

En un hospital se comprobó que la aplicación de un determinado tratamiento en enfermos de neumonía provoca la mejoría en un 79% de los casos. Se aplica el tratamiento a un grupo de 12 enfermos:

- (a) Define la variable en estudio.
- (b) Calcula la función de probabilidad.
- (c) Calcula la función de distribución.
- (d) Calcula la probabilidad de que mejoren cinco.
- (e) Calcula la probabilidad de que mejoren menos de uno.
- (f) Calcula la probabilidad de que mejoren al menos tres.
- (g) Calcula la probabilidad de que mejoren dos o menos.
- (h) Calcula la probabilidad de que mejoren como mínimo cinco.
- (i) Número medio de pacientes que se espera que experimenten mejoría.
- (j) Calcula el valor de la varianza aplicando la fórmula básica inicial.

### RESOLUCIÓN apartado (a) : encuadrando el problema

La variable en estudio es una variable aleatoria discreta definida como:

$X \equiv$  "nº de enfermos que experimentan mejoría, de entre 12"

Esta distribución se ajusta a una distribución binomial:

$n = 12$	Éxito $\rightarrow p = 0.79$	Fracaso $\rightarrow q = 0.21$
----------	------------------------------	--------------------------------

Distribución binomial  $B(12, 0.79)$

### RESOLUCIÓN apartado b

La función de probabilidad viene dada por

$$P[X = x] = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{(n - x)} = P[X = x] = \binom{12}{x} \cdot 0.79^x \cdot (1 - 0.79)^{(12 - x)}$$

$$P[X = x] = \binom{12}{x} \cdot 0.79^x \cdot 0.21^{(12 - x)}$$



Ya tenemos la función de probabilidad de la distribución binomial de parámetros  $n = 12$  y  $p = 0.79$

### RESOLUCIÓN apartado c

La función de distribución viene dada por  $F(X) = P(X \leq k)$  viene dado por las columnas  $x_i / P_i$

The screenshots show the following steps:

- Edit Fact T Gráfico**: A table with columns 'x' and 'P\_i'. The data points are: (0, 7.3E-9), (1, 3.3E-7), (2, 6.8E-6), (3, 8.6E-5), (4, 7.2E-4), (5, 4.3E-3), (6, 0.0192), (7, 0.0621), (8, 0.146), (9, 0.2441), (10, 0.2755), (11, 0.1884), (12, 0.059).
- Almacenar datos**: Saving the list with the name 'xi'.
- Edit Fact T Gráfico**: Viewing the list of data points.
- Almacenar datos**: Saving the list with the name 'pi'.
- Edit Cál. ConfGráf**: Accessing the 'cumI' function from the function menu.
- Edit Cál. ConfGráf**: Viewing the cumulative distribution function results for 'pi'.
- Edit Cál. ConfGráf**: Calculating the cumulative probability for 'xi' using the 'cumI' function, resulting in  $4.389304408038E-3$ .

### RESOLUCIÓN apartado d



#### Lápiz y papel

$$P(X = 5) =$$

$$P(X = 5) = \binom{12}{5} 0.79^5 \cdot 0.21^7 =$$

$$P(X = 5) = 0.00438$$

The screenshot shows the cumulative distribution function results for 'pi' in the 'Edit Cál. ConfGráf' window. The results are:

xi	pi	Pi
1	0	7.3E-9
2	1	3.3E-7
3	2	6.8E-6
4	3	8.6E-5
5	4	7.2E-4
6	5	4.3E-3
7	6	0.0192
8	7	0.0621
9	8	0.146
10	9	0.2441
11	10	0.2755
12	11	0.1884
13	12	0.059
14		1

The calculator also shows the calculation of the cumulative probability for 'xi' using the 'cumI' function, resulting in  $4.389304408038E-3$ .

La probabilidad de que mejoren 5 la buscamos directamente en la función de probabilidad situada en pi y se corresponderá con el valor para  $X = 5$ .

### ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de que mejoren cinco enfermos es 0.00438

### RESOLUCIÓN apartado e



#### Lápiz y papel

$$P(\text{Menos de 1}) = P(X < 1) =$$

$$P(X = 0) =$$

$$= \binom{12}{0} 0.79^0 \cdot 0.21^{12} =$$

$$P(X = 0) = 7.3558 \cdot 10^{-9}$$

xi	pi	Pi
1	0	7.3E-9
2	1	3.3E-7
3	2	7.2E-6
4	3	9.3E-5
5	4	8.2E-4
6	5	5.2E-3
7	6	0.0244
8	7	0.0865
9	8	0.2326
10	9	0.4768
11	10	0.7524
12	11	0.9409
13	12	1

La probabilidad de que mejoren 0 la buscamos directamente en la función de probabilidad situada en pi y se corresponderá con el valor para  $X = 0$ .

### RESOLUCIÓN apartado (f)

mejoren 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
al menos 3

$$P(X \geq 3) =$$

$$= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] =$$

$$1 - P(X < 2) =$$

#### Lápiz y papel

$$P(X = 0) =$$

$$= \binom{12}{0} 0.79^0 \cdot 0.21^{12} = 0.000\ 000\ 007$$

$$P(X = 1) =$$

$$= \binom{12}{1} 0.79^1 \cdot 0.21^{11} = 0.000\ 000\ 233$$

$$P(X = 2) =$$

$$= \binom{12}{2} 0.79^2 \cdot 0.21^{10} = 0.000\ 007\ 202$$

$$P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$
$$0.000007209$$

xi	pi	Pi
1	0	7.3E-9
2	1	3.3E-7
3	2	7.2E-6
4	3	9.3E-5
5	4	8.2E-4
6	5	5.2E-3
7	6	0.0244
8	7	0.0865
9	8	0.2326
10	9	0.4768
11	10	0.7524
12	11	0.9409
13	12	1

$$P(X \geq 3) =$$

$$= 1 - 0.000007209 =$$

$$= 0.99999279$$

### ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

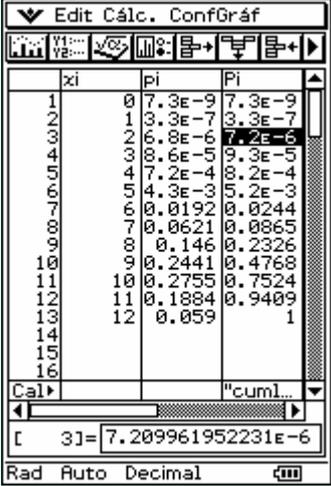
La probabilidad de que mejoren al menos 3 enfermos es 0.999

### RESOLUCIÓN apartado (g)

0 mejoren 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
2 ó menos

$$P(X \leq 2) =$$

Lápiz y papel	
$P(X = 0) =$	
$= \binom{12}{0} 0.79^0 \cdot 0.21^{12} = 0.000\ 000\ 007$	
$P(X = 1) =$	
$= \binom{12}{1} 0.79^1 \cdot 0.21^{11} = 0.000\ 000\ 233$	
$P(X = 2) =$	
$= \binom{12}{2} 0.79^2 \cdot 0.21^{10} = 0.000\ 007\ 202$	
$P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$	
$0.000007209$	



$P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.000007209$

$$P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.000007209$$

La función de distribución viene dada por  $F(X) = P(X \leq 2)$  viene dado en la columna  $P_i$  para  $X = 2$

### ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de que mejoren dos o menos es  $7.2 \cdot 10^{-6}$

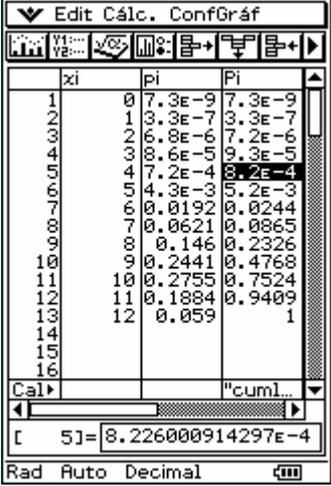
### RESOLUCIÓN apartado (h)

0 mejoren 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
como mínimo 5

$$P(X \geq 5)$$

En este caso lo haremos exclusivamente con la calculadora ya que con lápiz y papel se sigue la misma metodología que los anteriores pero es demasiado largo y farragoso.

$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$	
en las tablas de la función de distribución	
$P(X \leq 4) = 8.2 \cdot 10^{-4}$	
$P(X \geq 5) = 1 - 8.2 \cdot 10^{-4}$	
$P(X \geq 5) = 0.9991$	
<b>ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS</b>	
La probabilidad de que mejoren como mínimo cinco es 0.9991	



$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$

en las tablas de la función de distribución

$P(X \leq 4) = 8.2 \cdot 10^{-4}$

$P(X \geq 5) = 1 - 8.2 \cdot 10^{-4}$

$P(X \geq 5) = 0.9991$

**ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS**

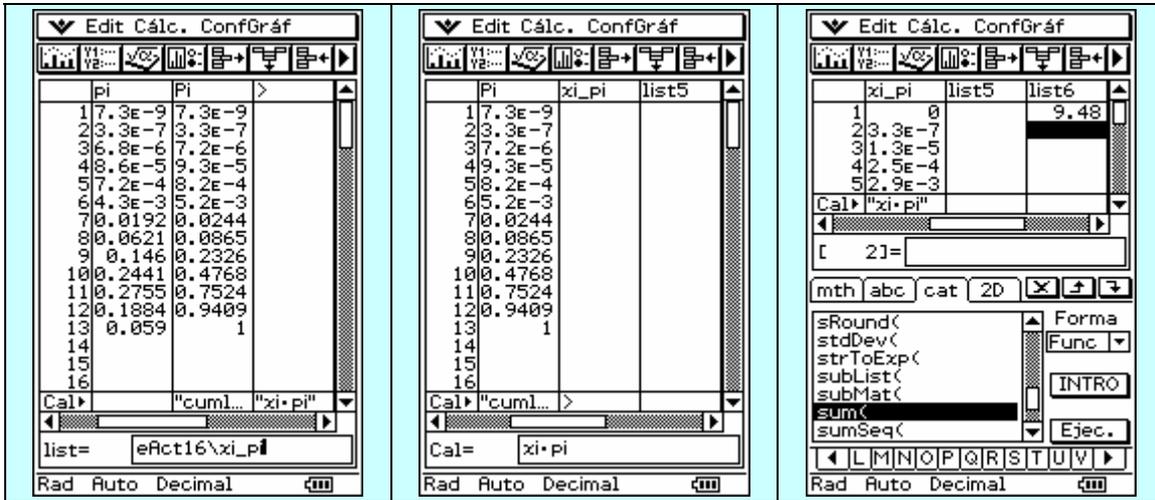
La probabilidad de que mejoren como mínimo cinco es 0.9991

**RESOLUCIÓN apartado (i)**

Número medio de pacientes que se espera experimenten mejoría:

$$E(x) = n \cdot p = 12 \cdot 0.79 = 9.48$$

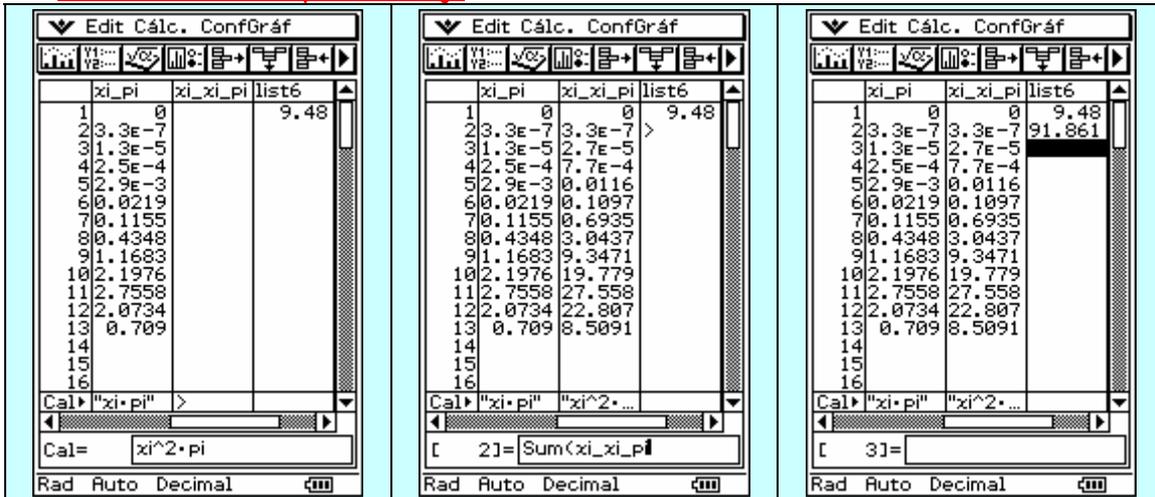
Se espera experimenten mejoría 9 pacientes.



La media viene dada por  $E[X] = \sum_{i=0}^{i=5} x_i \cdot p_i$

$$E(X) = 9.48$$

**RESOLUCIÓN apartado (j)**



$$E(X) = 9.48$$

$$\text{Var}[X] = \sum x_i^2 \cdot p_i - E[X]^2$$

$$\text{Var}[X] = 91.861 - 9.48^2$$

$$\text{Var}[X] = 1.9906$$

Comprobación a través de la fórmula directa:

$$\text{Var}(x) = n \cdot p \cdot q = 12 \cdot 0.79 \cdot 0.21 = 1.9908$$

El valor de la varianza es de 1.9906

Una vez finalizada la presentación teórica del tema y alguna actividad básica, propondremos un cuestionario de preguntas, de contestación corta, con el objetivo de CONSOLIDAR y comprobar el grado de comprensión de los conceptos. La respuesta será individual, trabajada en casa y registrada en el cuaderno, para una posterior puesta en común y discusión en clase, actuando el profesor como moderador, buscando siempre el debate y la reflexión.

## **CUESTIONARIO DE PREGUNTAS. AUTOEVALUACIÓN.**

**Contesta brevemente a las siguientes cuestiones de forma razonada:**

- 01 ¿Qué es una variable aleatoria?
- 02 ¿Qué diferencias existen entre variable aleatoria discreta y continua?
- 03 ¿Qué relación existe entre la distribución de Bernoulli y la distribución binomial?
- 04 ¿Qué estudia la Teoría Combinatoria?
- 05 ¿Qué diferencia hay entre variaciones, combinaciones y permutaciones?
- 06 ¿Por qué en la distribución binomial aparecen las combinaciones y no las variaciones?
- 07 ¿Cuál es el comportamiento que debe tener una variable aleatoria discreta para ajustarse al modelo de la distribución binomial?
- 08 A qué se refiere el parámetro tamaño muestral en la distribución binomial?
- 09 ¿Cómo es la representación gráfica de la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta?
- 10 ¿Cómo es la representación gráfica de la función de distribución de una variable aleatoria discreta?
- 11 ¿Cuántos resultados son posibles en cada experimento de una variable aleatoria discreta que se ajusta a una distribución binomial?
- 12 Al realizar los diferentes experimentos en una distribución binomial ¿qué ocurre con la probabilidad de que tenga lugar el suceso en estudio, en cada uno de ellos?
- 13 ¿Qué valores puede tomar la variable en una distribución binomial?
- 14 ¿Cuál es el valor de la suma de las probabilidades que toman los diferentes valores de la variable de una distribución binomial?
- 15 ¿Cómo se define la variable aleatoria discreta que sigue el modelo de la distribución binomial?

## PROPUESTAS DE ACTIVIDADES INDAGATORIAS TIPO TEST

Tenemos una variable aleatoria discreta "número de pacientes que mejoran tras un tratamiento entre 6", que se ajusta a una distribución binomial de parámetros  $n = 6$  y  $p = P(\text{mejorar}) = 0.8$ . Si nos pide:

**01.-** Calcular la probabilidad de que no tenga mejoría ningún paciente tras el tratamiento, calcularemos:

- $P(X = 0)$
- $P(X < 0)$
- $P(X > 0)$
- $1 - P(X = 0)$

**02.-** Calcular la probabilidad de que mejoren al menos dos pacientes tras el tratamiento, calcularemos:

- $P(X = 2)$
- $P(X < 2)$
- $P(X \geq 2)$
- $1 - P(X \leq 2)$

**03.-** Calcular la probabilidad de que mejoren como mínimo cuatro pacientes tras el tratamiento, calcularemos:

- $P(X > 4)$
- $P(X = 4)$
- $1 - P(X < 3)$
- $P(X \geq 4)$

**04.-** Calcular la probabilidad de que más de tres pacientes tras el tratamiento, calcularemos

- $P(X = 3)$
- $P(X < 3)$
- $P(X > 4)$
- $P(X \leq 3)$

**05.-** Dada la distribución binomial de parámetros  $B(5, 0.2)$ , ¿cuál su esperanza matemática?

- 0.2
- 0.1
- 1
- 1.01

**06.-** ¿Cuál es la varianza en una distribución binomial de parámetros  $B(4, 0.8)$ ?

- 2
- 6.4
- 64
- 0.64

**08.-** La probabilidad de que en un semillero debamos examinar exactamente 8 sacos de semillas para encontrar dos sacos no aceptables, sabiendo que la probabilidad de encontrar un saco aceptable es 0.4, viene dada por

- $\binom{8}{2} \cdot (0.4)^6 \cdot (0.6)^2$
- $\binom{7}{1} \cdot (0.4)^6 \cdot (0.6)^2$
- $\binom{7}{1} \cdot (0.4)^2 \cdot (0.6)^6$
- $\binom{8}{2} \cdot (0.4)^2 \cdot (0.6)^6$

# PROPUESTA DE ACTIVIDADES

## ACTIVIDAD 1

El Ayuntamiento de cierta ciudad ha promovido una campaña para mejorar la estética de la misma, de forma que en los edificios haya sólo una antena de televisión para todos los vecinos. El fruto de esa campaña ha sido que el 80% de los edificios tienen efectivamente sólo una antena. Supongamos ahora que en una calle hay 15 edificios:

(a) Describe la variable que representa el número de edificios de la calle que tienen sólo una antena. ¿Cuántos edificios se espera que tengan sólo una antena?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya 11 edificios con sólo una antena?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que 14 o más tengan sólo una antena?

(d) ¿Cuál es la probabilidad de que 5 o menos tengan sólo una antena?

## ACTIVIDAD 2

En una ciudad se ha observado que un 10% de las multas de aparcamiento acaban siendo recurridas por los ciudadanos. En cierto día se han impuesto 20 multas de tráfico.

(a) ¿Qué variable representa el número de esas multas que serán recurridas?

(b) ¿Cuál es el número de multas recurridas esperado?

(c) Calcular la probabilidad de que se recurran 2 multas.

(d) ¿Cuál es la probabilidad de que se recurran menos de 3?

(e) ¿y de que se recurra como poco una?

## ACTIVIDAD 3

El 73% de la población adulta conoce una determinada enfermedad. Se reúnen 5 amigos para cenar y uno de ellos hace referencia a esta afección. Se pide:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que los 5 amigos puedan intervenir en la conversación?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que la conversación no se llegue a plantear?

(c) Si el índice de mortalidad de la enfermedad es del 60% y hay 6 personas afectadas en un hospital, ¿cuál es la probabilidad de que al menos la mitad de ellas sobreviva?

## ACTIVIDAD 4

Al controlar la cantidad de un producto envasado se eligen 3 al azar de una caja que contiene 50 envases. Por término medio sabemos que en cada caja hay 5 cuya calidad es deficiente. Determina las probabilidades siguientes:

(a) De que entre los 3 no haya ninguno deficiente.

(b) Haya uno deficiente.

(c) Haya dos deficientes.

(d) Si el primero resulta deficiente, ¿cuál es la probabilidad de que entre los tres haya uno o dos deficientes?

Al final, la prueba objetiva escrita intentaría aglutinar todas las actividades, cuestiones y objetivos trabajados a lo largo del tema, según ya hemos señalado.

Aunque estamos dando los primeros pasos en el mundo de la didáctica tras la irrupción de las nuevas tecnologías, conscientes de las dificultades institucionales e inmovilistas existentes, incluso económicas en muchos países, somos muchos los que estamos trabajando en el tema, con múltiples y variados enfoques. Concretamente, en nuestro centro, en el IES Pérez de Ayala de Oviedo (Asturias), estamos llevando a cabo un PROYECTO donde se incluye en el aula la nueva tecnología ClassPad de CASIO, con una herramienta educativa y matemática de última generación, que cuenta con un gran número de prestaciones y ventajas; sus cualidades la hacen un híbrido entre calculadora gráfica–algebraica, ordenador de bolsillo y PDA con lápiz táctil interactivo. En cada sesión, cada alumno dispone de una calculadora que es llevada por el profesor, y otra retroproyectable, para una visualización general, conviviendo de forma paralela y simultánea con una enseñanza más "tradicional", en algunos grupos "testigo" de diferentes niveles Bachillerato, con el objetivo de comprobar sus posibilidades didácticas, como elemento motivador, de refuerzo visual y conceptual de todo aquello que vamos trabajando día a día.



Mas información:

[www.classpad.tk](http://www.classpad.tk)

[www.abelmartin.tk](http://www.abelmartin.tk)

Para cualquier duda, intercambio de opiniones, materiales, sugerencias, petición de materiales... no dudéis en poneros en contacto con nosotros:

[abelj@telecable.es](mailto:abelj@telecable.es)

[rosanaag@telecable.es](mailto:rosanaag@telecable.es)

Hasta pronto amigos; en el próximo número podremos reflexionar acerca del tema:

**ENSEÑANDO LA DISTRIBUCIÓN NORMAL, LAS  
CALCULADORAS CIENTÍFICO - GRÁFICAS Y LAS NUEVAS  
TECNOLOGÍAS.**