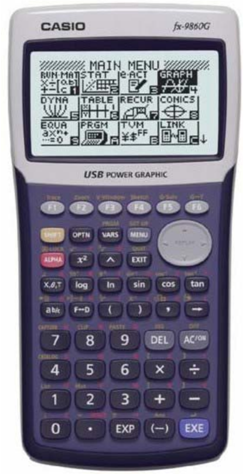
LA DISTRIBUCIÓN NORMAL, LA CALCULADORA Y LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS

Abel Martín (*) Rosana Álvarez García (†)

La distribución Normal tiene numerosas aplicaciones en el campo de la Probabilidad y la Estadística, cada día más presente en los programas de ESO, Bachillerato y Universitarios.

Como ya hemos dicho en un artículo anterior, de forma clásica y tradicional, siempre hemos resuelto este tipo de problemas con la ayuda de unas tablas que vienen incorporadas al final de los libros de texto. En las no tan lejanas pruebas de selectividad, nos facilitaban una fotocopia de estas tablas, mostrándonos, en realidad, una pista de la estrategia que deberíamos de seguir a la hora de resolver el problema.



A continuación vamos a describir una nueva forma de afrontar estos problemas, suponiendo que el alumno tiene una calculadora gráfica como herramienta habitual (en nuestro caso utilizamos la **CFX 9850 GB PLUS, la FX 9860G de CASIO y la CLASSPAD 300**), como ya ocurre en las "aulas" de la casi totalidad de los países "desarrollados", incluidas gran parte de nuestras Comunidades Autónomas. El uso de la calculadora gráfica nos permite comprobar rápidamente y de forma visual, aquello que estamos buscando, con un enfoque más investigador e innovador, dando prioridad al razonamiento, permitiéndonos más tiempo para pensar y analizar tanto lo que hacemos como los resultados que obtenemos, así como poder observar la procedencia de determinadas fórmulas utilizadas con asiduidad.

No hay que olvidar que esta distribución es la más frecuentemente utilizada y sus propiedades son el fundamento de los procedimientos de INFERENCIA importantes ya que la mayor parte de las variables aleatorias de los fenómenos naturales presentan un comportamiento semejante al de esta distribución, de ahí su nombre:

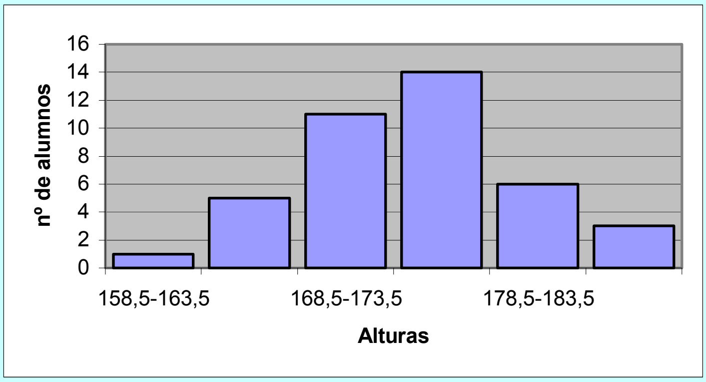
- Caracteres morfológicos: tallas, pesos, diámetros,...
- Caracteres fisiológicos: efecto de antibióticos, pesticidas, dosis de un fármaco…
- Caracteres sociológicos: notas obtenidas en un grupo de alumnos…
- Caracteres psicológicos: mejoría en un tratamiento, actitudes y comportamientos en determinados ambientes, cociente intelectual,...
- Valores estadísticos muestrales: comportamiento de la media de diferentes medias muestrales.
- Distribuciones discretas como la Binomial o la Poisson que, al aumentar el tamaño muestral, pueden aproximarse en su comportamiento a una distribución normal, ...

En el caso de distribuciones Binomiales, B(n, p) con igual parámetro p, probabilidad de que tenga lugar el suceso A, y con valores del parámetro n, tamaño muestral, cada vez mayores, observamos que el polígono de frecuencias se aproxima a una curva en forma de campana semejante a la función de densidad de la Distribución Normal.

* Profesor de Matemáticas del IES Pérez de Ayala (Oviedo - Asturias)
† Profesora de Tecnología del IES Cangas del Narcea (Asturias)

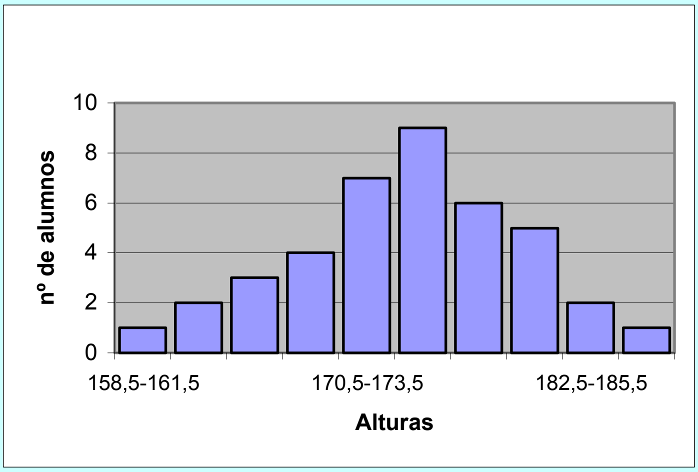
Ejemplo: Si estudiamos la altura de 40 alumnos y alumnas de una clase, observamos que vienen dadas por la siguiente tabla de frecuencias con su histograma asociado:

Altura	nº alumnos
158.5-163.5	1
163.5-168.5	5
168.5-173.5	11
173.5-178.5	14
178.5-183.5	6
183.5-188.5	3



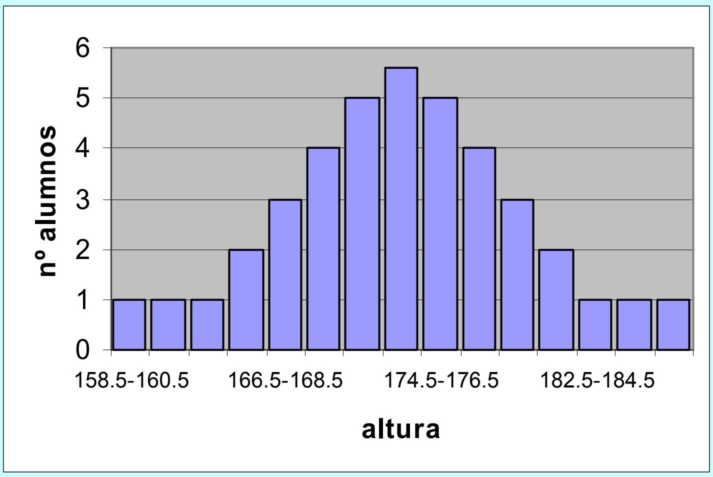
Si disminuimos la amplitud de los intervalos, nuestro polígono de frecuencias quedará de la forma:

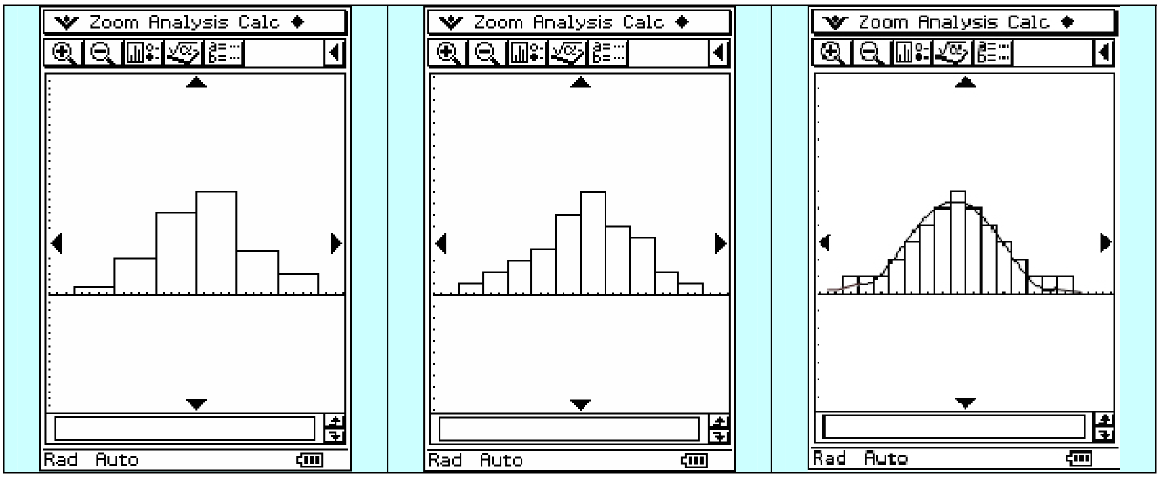
Altura	Nº
158.5-161.5	1
161.5-164.5	2
164.5-167.5	3
167.5-170.5	4
170.5-173.5	7
173.5-176.5	9
176.5-179.5	6
179.5-182.5	5
182.5-185.5	2
185.5-188.5	1



A medida que disminuimos la amplitud de los intervalos los saltos en el gráfico de la distribución disminuyen y la curva asociada a la gráfica se aproxima a la función de densidad de la distribución normal.

Altura	nº
158.5-160.5	1
160.5-162.5	1
162.5-164.5	1
164.5-166.5	2
166.5-168.5	3
168.5-170.5	4
170.5-172.5	5
172.5-174.5	6
174.5-176.5	5
176.5-178.5	4
178.5-180.5	3
180.5-182.5	2
182.5-184.5	1
184.5-186.5	1
186.5-188.5	1



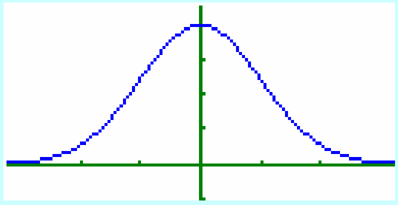


Existen distintas funciones de distribución teóricas, basadas en un modelo de comportamiento observado en numerosas experimentos. Su aplicación a una población en estudio se puede realizar siempre que esta cumpla las condiciones básicas planteadas en cada una.

Entre las funciones de distribución teóricas para variables aleatorias continuas tenemos la "Distribución Normal" definida por dos **parámetros**, su media y su desviación típica N(μ, σ).

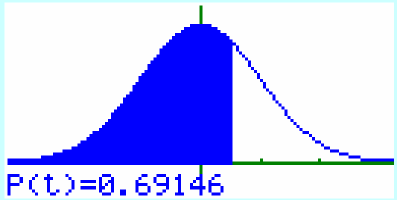
Su función de densidad viene expresada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



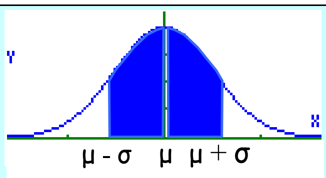
Su función de distribución viene expresada por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

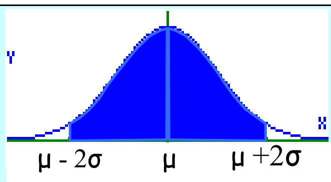


La distribución normal es una curva con forma de campana que se caracteriza por:

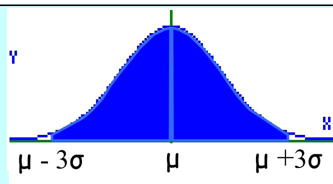
- La distribución es simétrica respecto al valor de la media μ.
- La variable puede tomar cualquier valor en el intervalo (- ∞, + ∞)
- A medida que nos alejamos del valor de la media de la distribución μ, la probabilidad de los valores de la variable va decreciendo de igual forma a derecha e izquierda.



68.26%



95.44%



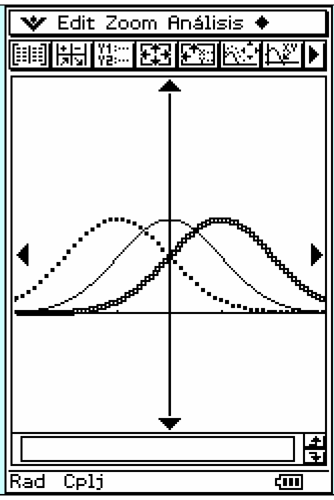
99.74%

- La probabilidad de los valores que toma la variable van decreciendo de forma más o menos rápida según el valor de la desviación típica σ.
- Tiene dos puntos de inflexión en $x_1 = \mu - \sigma$ y $x_2 = \mu + \sigma$.

- El área total encerrada bajo la curva es 1, lo que nos permite el uso de la función de distribución para calcular las probabilidades de los diferentes valores que toma la variable.

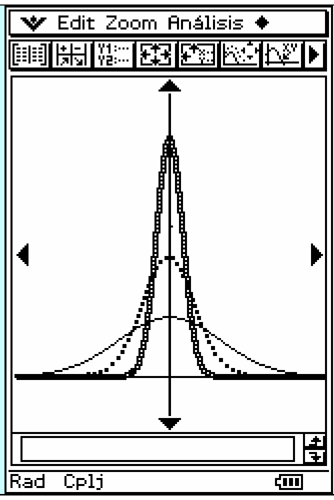
¿Qué ocurre cuando se modifican los valores de la media μ y la desviación típica σ que caracterizan una distribución normal?

La media determina la posición de la distribución:



N(-1, 1)	[·········]
N(0, 1)	[———]
N(1, 1)	[▪▪▪▪▪▪▪▪]

La desviación típica (σ) nos indica el grado de apuntamiento de la distribución, el mayor o menor agrupamiento de los datos en torno a la media (μ).



N(0, 1/2)	[·········]
N(0, 1)	[———]
N(0, $\frac{1}{4}$)	[▪▪▪▪▪▪▪▪]

Tipificación de la variable

La distribución normal viene determinada por los parámetros μ y σ, siendo necesaria una tabla de probabilidades para cada normal N(μ, σ) y sólo disponemos de las probabilidades tabuladas de la distribución normal N(0, 1). Para poder calcular las probabilidades de cualquier distribución normal de parámetros N(μ, σ), debemos transformar la variable **X** que sigue esta distribución en otra variable que llamamos **Z** que sigue una distribución normal N(0,1), a este proceso se le conoce como **tipificar la variable**.

Para tipificar la variable X→ N(μ, σ) lo primero que debemos hacer es conseguir que su media(μ) sea cero.

El siguiente paso es lograr que el valor de la desviación típica sea 1, para ello debemos contraer o expandir la campana que representa la distribución normal.

Una vez conseguido que ambas variables presenten una distribución N(0, 1) hay que buscar la expresión analítica que nos permita realizar esa transformación. Esta relación es:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1)$$

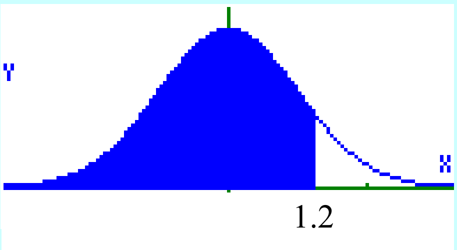
La distribución normal tipificada (N(0, 1)) presenta las siguientes características:

- No depende de ningún parámetro $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.
- Su media es 0 y su desviación típica 1.
- La función de densidad *f(x)* es simétrica respecto al eje OY por ser $\mu = 0$.
- En este caso los puntos de inflexión $\mu-\sigma$ y $\mu+\sigma$, son z = - 1 y z = 1.

¿Cómo se calculan probabilidades con las tablas?

Vamos a ver como se calculan las probabilidades a partir de la función de distribución normal:

CASO I

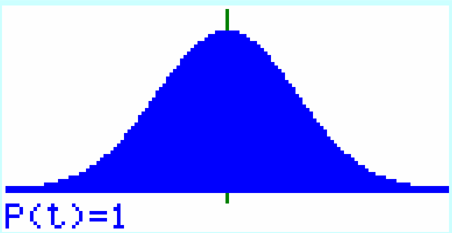
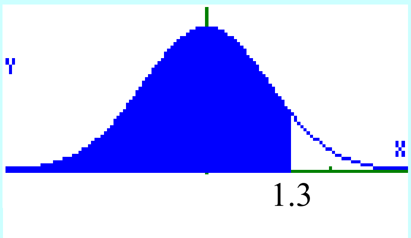
<table>
<tr><th colspan="2">F(1.2) = P(Z ≤ 1.2)</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Tablas:
F(1.2) = 0.88493</td></tr>
</table>

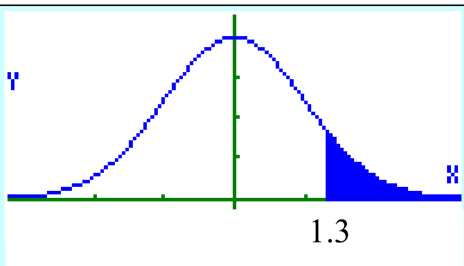
Buscamos en la tabla N(0, 1) el valor de la variable, en este caso 1.2, F(1.2)=0.88493

CASO II

<table>
<tr><th>P(Z ≥ 1.3)</th></tr>
</table>

Las tablas de distribución de la normal nos dan la P(X ≤ x), la probabilidad de que la variable sea menor o igual a un determinado valor. Para poder calcular esta probabilidad debemos trabajar con la gráfica para poder entenderlo mejor. El área que encierra la función de densidad de la distribución normal es la unidad, por tanto:

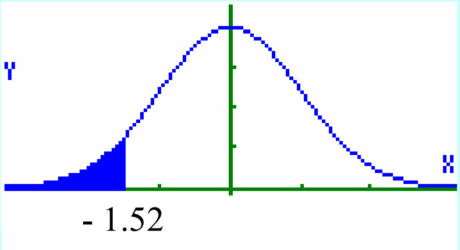
<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>1</td><td>F(1.3) = P(Z ≤ 1.3)</td></tr>
</table>

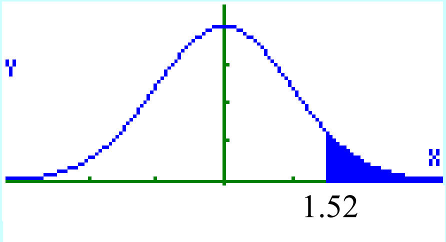
<table>
<tr><td>
</td><td rowspan="2">Tablas:
1 - P(Z ≤ 1.3) =
= 1 - 0.9032 = 0.0968
P(Z ≥ 1.3) = 0.0968</td></tr>
<tr><td>P(Z ≥ 1.3) = 1 - P(Z ≤ 1.3)</td></tr>
</table>

CASO III

$P(Z \leq -1.52)$

Las tablas sólo nos dan la probabilidad de valores positivos de la variable, la simetría de la distribución N(0, 1) respecto al eje de ordenadas nos permite calcular fácilmente la probabilidad de valores negativos de la variable.





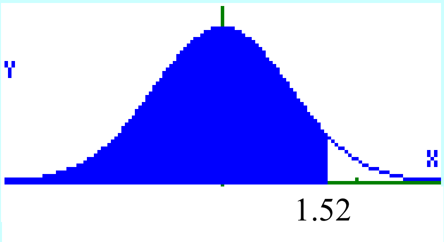
$P(Z \leq -1.52) = P(Z \geq 1.52)$

$P(Z \leq -1.52) = P(Z \geq 1.52)$

Como vimos antes:

$P(Z \geq 1.52) =$

$= 1 - P(Z \leq 1.52)$

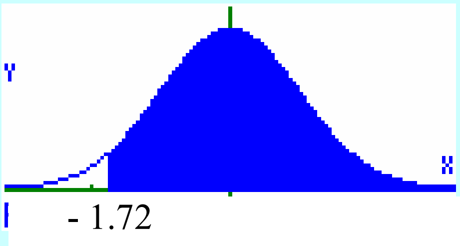


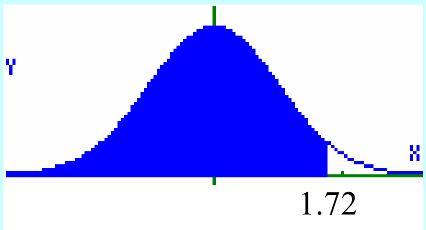
Tablas: $P(Z \geq 1.52) =$

$= 1 - P(Z \leq 1.52) = 1 - 0.9357 = 0.0643$

CASO IV

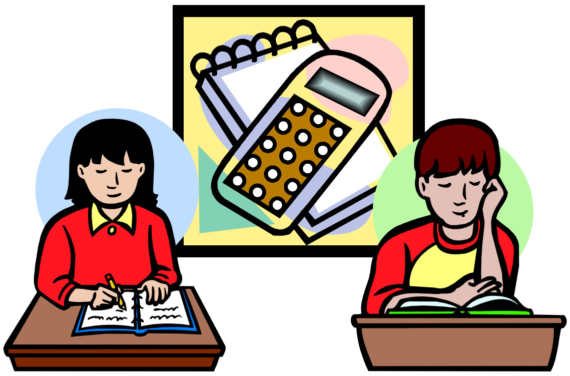
$P(Z \geq -1.72)$





tablas: $P(Z \geq -1.72) =$

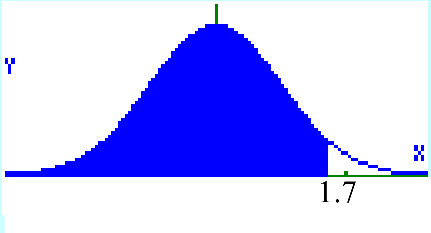
$= P(Z \leq 1.72) = F(1.72) = 0.9573$



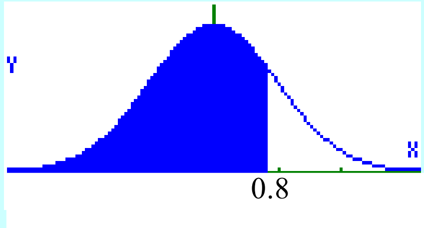
CASO V

$P(0.8 \leq Z \leq 1.7)$

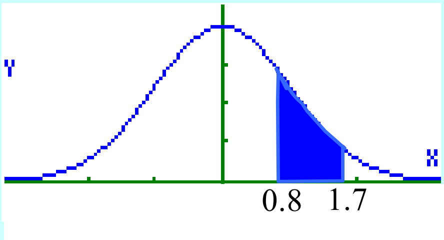
Para calcular la probabilidad de un intervalo calculamos el valor de la probabilidad de los valores de la variable que forman el mismo. La probabilidad de ese intervalo será la diferencia:



$P(Z \leq 1.7)$



$P(Z \leq 0.8)$



$P(0.8 \leq Z \leq 1.7) =$

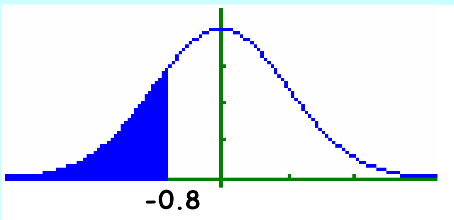
$P(Z \leq 1.7) - P(Z \leq 0.8)$

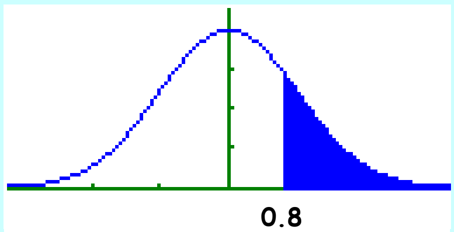
Tablas: $P(Z \leq 1.7) - P(Z \leq 0.8) =$
$= 0.9554 - 0.7881 = 0.1673$

CASO VI

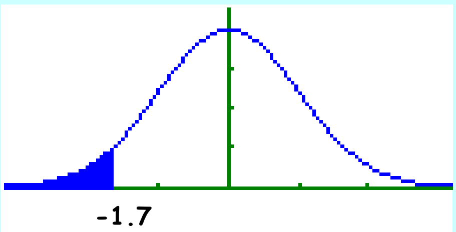
$P(-1.7 \leq Z \leq -0.8)$

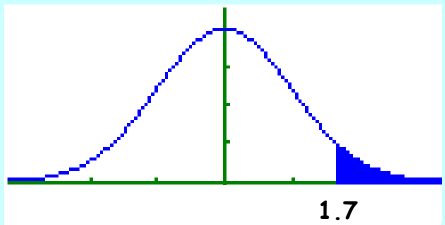
En este caso el proceso es el mismo pero con la dificultad añadida de calcular probabilidades de valores de la variable negativos que no obtenemos directamente de la tabla.



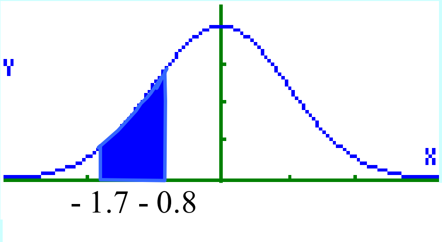


$P(Z \leq -0.8) = P(Z \geq 0.8) =$
$= 1 - P(Z \leq 0.8) = 1 - 0.7881 = 0.2119$

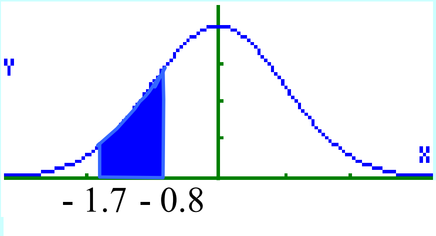
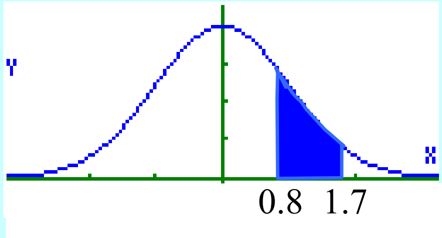
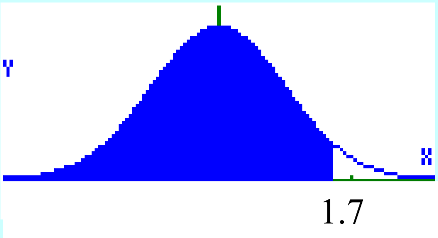
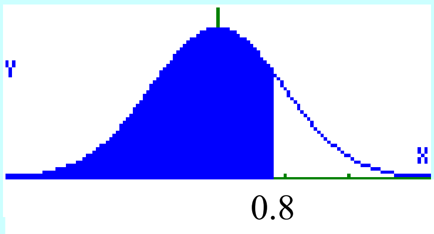




$P(Z \leq -1.7) = P(Z \geq 1.7) =$
$= 1 - P(Z \leq 1.7) = 1 - 0.9554 = 0.0446$

	Tablas: $P(-1.7 \le Z \le -0.8) =$ $P(Z \le -0.8) - P(Z \le -1.7) =$ $1 - P(Z \le 0.8) - [1 - P(Z \le 1.7)] =$ $= 0.2119 - 0.0446 = 0.1673$

Otra forma mucho más directa y sencilla:

	
Ambos intervalos tienen la misma probabilidad y por lo tanto:	
	

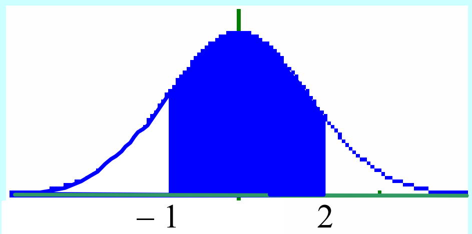
Tablas: $P(-1.7 \le Z \le -0.8) =$

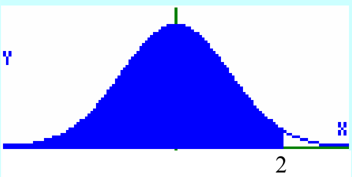
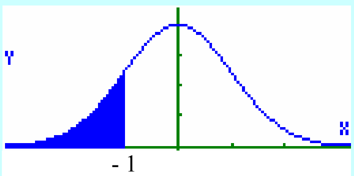
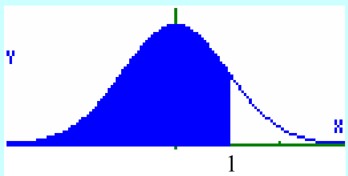
$P(0.8 \le Z \le 1.7) =$

$= P(Z \le 1.7) - P(Z \le 0.8) = 0.9554 - 0.7881 =$ **0.1673**

CASO VII

$P(-1 \le Z \le 2)$

	$P(Z \le 2) - P(Z \le -1)$

		
$P(Z \le 2)$	$P(Z \le -1) = 1 - P(Z \le 1)]$	

Tablas: $P(-1 \le Z \le 2) =$

$= P(Z \le 2) - [1 - P(Z \le 1)] = 0.9772 - [1 - 0.8413] = 0.8185$

MODELO DE ACTIVIDAD (I)

Para cierto modelo de lavadora se ha analizado el tiempo de funcionamiento que transcurre sin necesitar revisión técnica, llegando a la conclusión de que dicho tiempo es una variable Normal de media 5 040 horas de lavado con una desviación típica de 720 horas.

(a) Calcula la probabilidad de que una lavadora de ese modelo no supere las 6 480 horas sin necesitar revisión.

(b) ¿Y de que no supere las 3 960 horas?

(c) Calcula la probabilidad de que supere las 6 480 horas sin necesitar revisión.

(d) Calcula la probabilidad de que funcione sin necesidad de revisión entre 5 760 y 6 120 horas.

(e) ¿Qué número de horas no supera, sin necesitar revisión, el 90% de este tipo de lavadoras?

[Algunos valores de la función de distribución de la normal de media 0 y desviación típica 1: F(0) = 0.5, F(1) = 0.8413, F(1.5) = 0.9332, F(2) = 0.9772, F(5.040) = 1, F(1.29) = 0.90, F(0.90) = 0.8159].

ENCUADRANDO EL PROBLEMA

La variable en estudio viene definida como:

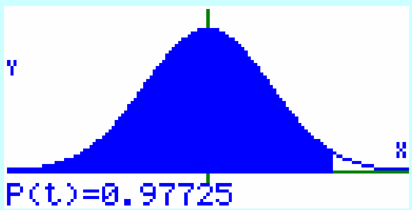
X ≡ "número de horas de funcionamiento que transcurren sin que una lavadora en funcionamiento sea revisada"

Sigue una distribución N(5040, 720)

Para calcular las diferentes probabilidades debemos de "tipificar" ❶ la variable y obtener las correspondientes probabilidades en la tabla de distribución N(0, 1)

RESOLUCIÓN apartado (a)

(A) UTILIZANDO LOS DATOS DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA

N(5040, 720) $\rightsquigarrow$ N(0, 1) P($X \le$ 6 480) $\overset{❶}{=}$ P$\left(Z \le \dfrac{6480-5040}{720}\right)$	6480-5040 1440 Ans÷720 2
P(Z ≤ 2) = F(2) = 0.9772	

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

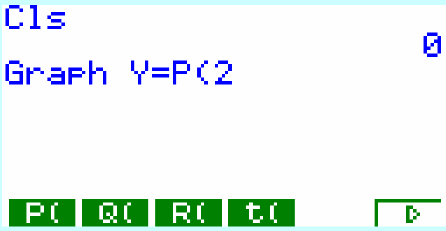
El 97.72% de las lavadoras necesitan una revisión tras las 6 480 horas de funcionamiento.

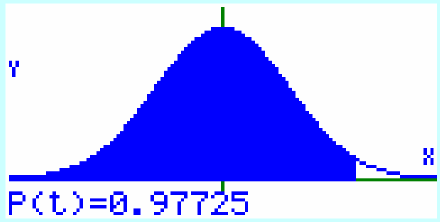
(B) UTILIZANDO LAS TABLAS

$P(X \le 6\,480) \overset{❶}{=} P\left(Z \le \frac{6480-5040}{720}\right) =$ $= P(Z \le 2) = F(2.00)$	En las tablas F(2.00) = =0.9772

(C) CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

Después de tipificar:



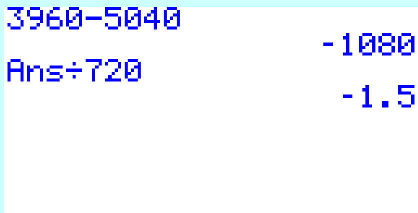


RESOLUCIÓN apartado (b)

(A) UTILIZANDO LOS DATOS DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA

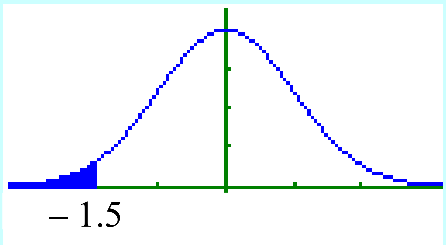
N(5040, 720) ~→ N(0, 1)

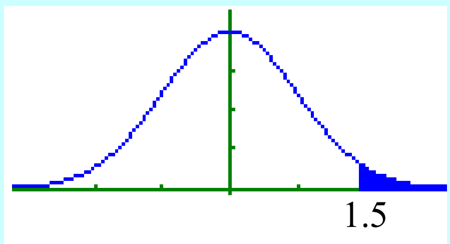
$P(X \le 3\,960) \overset{❶}{=} P\left(Z \le \frac{3960-5040}{720}\right)$



$$P(X \le 3\,960) \overset{❶}{=} P(Z \le -1.5)$$

La tabla de la distribución N(0, 1) no nos da las probabilidades de los valores negativos, para calcularlos nos basamos en la simetría de la distribución normal y en el caso de la distribución N(0, 1) la simetría respecto al origen de ordenadas.





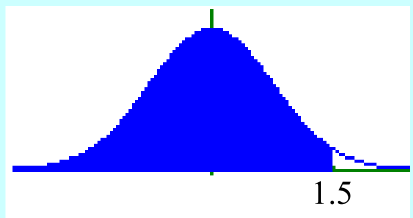
$$P(Z \le -1.5) = P(Z \ge 1.5)$$

$P(Z \ge 1.5) =$

$= 1 - P(Z \le 1.5) =$

$= 1 - F(1.5) =$

$= 1 - 0.9332 = 0.0668$

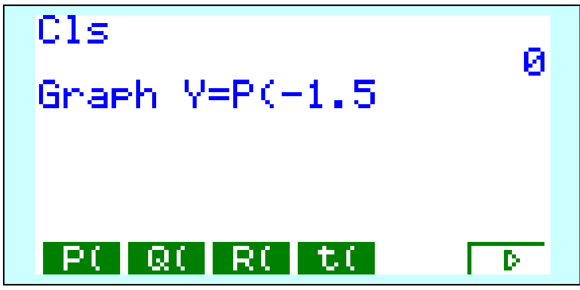


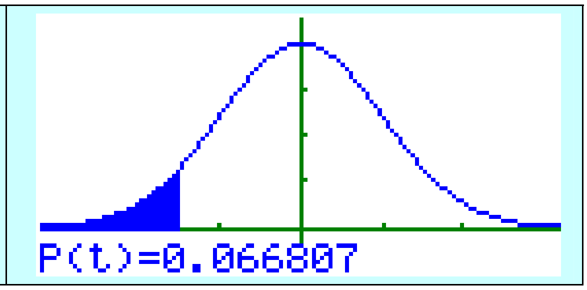
ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

El 6.68% de las lavadoras necesitan ser revisadas tras las 3960 horas de funcionamiento

(B) CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

Después de tipificar, el cálculo es directo:





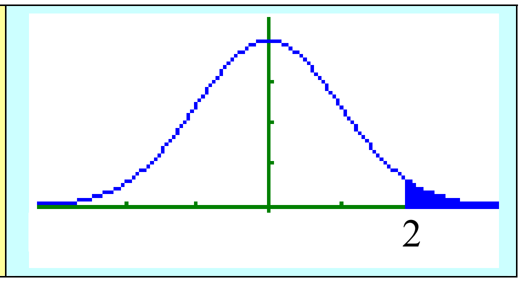
RESOLUCIÓN apartado (c)

(A) UTILIZANDO LOS DATOS DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA

$N(5040, 720) \rightsquigarrow N(0, 1)$

$P(X \geq 6\,480) \overset{❶}{=} P\left(Z \leq \dfrac{6480-5040}{720}\right) =$

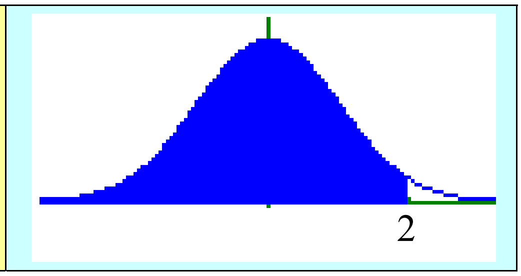
$= P(Z \geq 2)$



$P(Z \geq 2) =$

$= 1 - P(Z \leq 2) =$

$= 1 - 0.9772 = 0.0228$

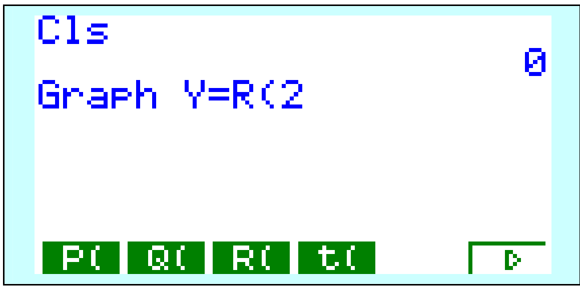


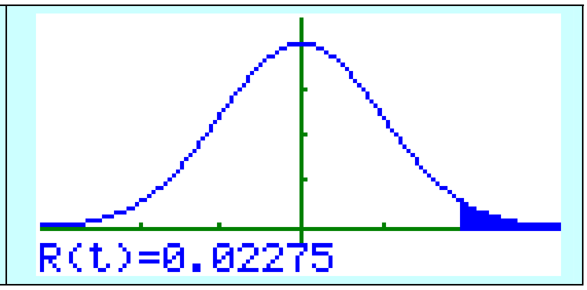
ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

El 2.275% de las lavadoras superan las 6480 horas de funcionamiento sin necesidad de ser revisadas.

(B) CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

Después de tipificar, el cálculo es directo:





RESOLUCIÓN apartado (d)

(A) UTILIZANDO LOS DATOS DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA

$$N(5040, 720) \rightsquigarrow N(0, 1)$$

$$P(5\,760 \le X \le 6\,120) =$$

$$= P\left(\frac{5760-5040}{720} \le Z \le \frac{6120-5040}{720}\right) =$$

$$= P(1 \le Z \le 1.5)$$

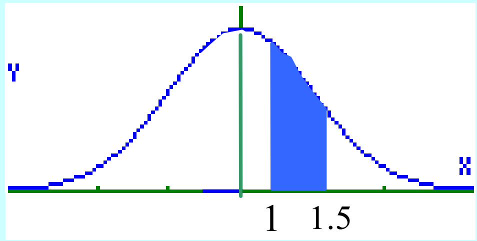
$P(1 \le Z \le 1.5) =$

$= P(Z \le 1.5) - P(Z \le 1) =$

$F(1.5) - F(1) =$

$= 0.9332 - 0.8413 =$

$= 0.0919$



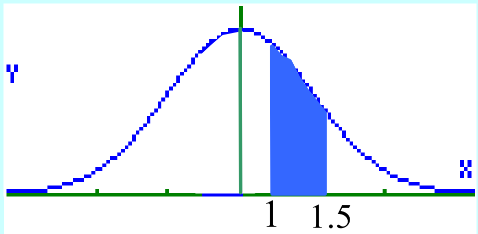
ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

El 9.19% de las lavadoras funcionan sin necesidad de ser revisadas entre 5 760 y 6120 horas.

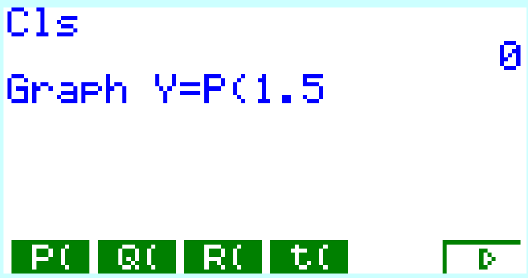
(B) CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

Después de tipificar:

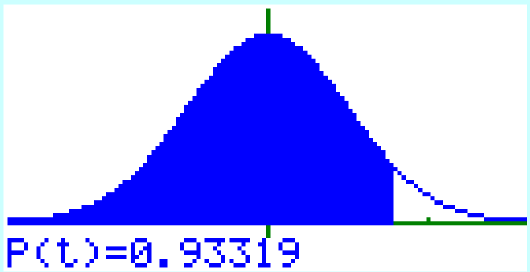
$P(1 \le Z \le 1.5)$

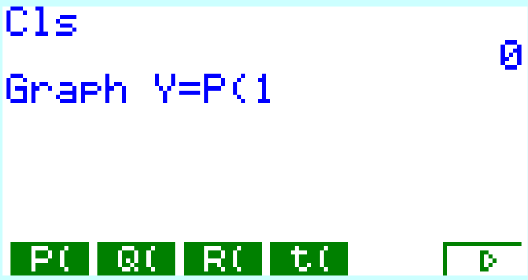


$P(Z \le 1.5) - P(Z \le 1)$

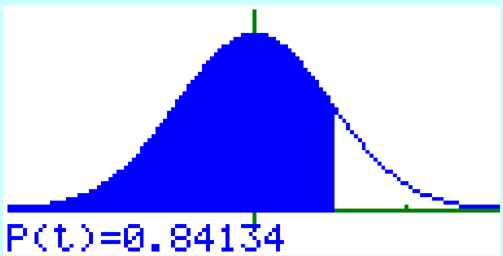


$P(Z \le 1.5)$





$P(Z \le 1)$

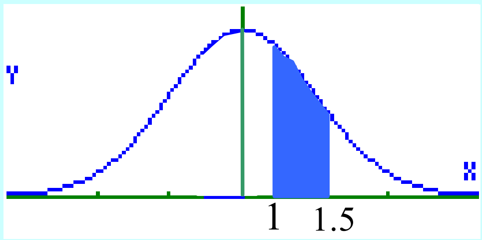


$P(1 \le Z \le 1.5) =$

$= P(Z \le 1.5) - P(Z \le 1) =$

$= 0.93319 - 0.84134 =$

$=0.09185$



RESOLUCIÓN apartado (e)

$$N(5040, 720) \leadsto N(0, 1)$$

$$P(X \le k) = 0.90 \overset{❶}{=} P\left(Z \le \frac{k-5040}{720}\right) = 0.90$$

Miramos los valores dados en el enunciado o bien el valor de la probabilidad (0.90) en la tabla, y observamos que este valor se verifica para F(1.28)

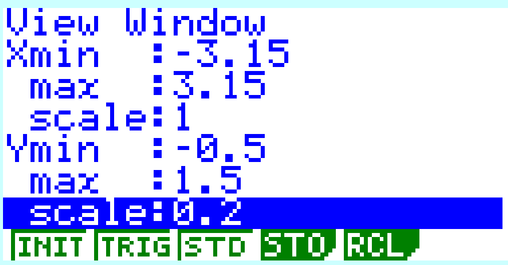
$$P\left(Z \le \frac{k-5040}{720}\right) = F(1.28)$$

$$P\left(Z \le \frac{k-5040}{720}\right) = P(Z \le 1.28)$$

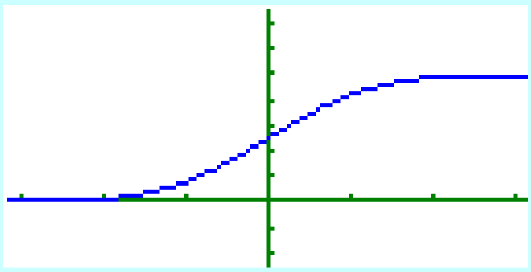
$$\frac{k-5040}{720} = 1.28 \quad \to \quad k - 5040 = 921.6 \quad \to \quad k = 5961.6$$

CONFIRMACIÓN CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

La función que de la calculadora gráfica que nos da el valor $P\left(Z \le \frac{k-5040}{720}\right)$ en cada momento "k" , como ya hemos visto en anteriores problemas, es **P(** ; Representemos gráficamente dicha función y averiguaremos para que valor de "k" entonces P(x) = 0.90

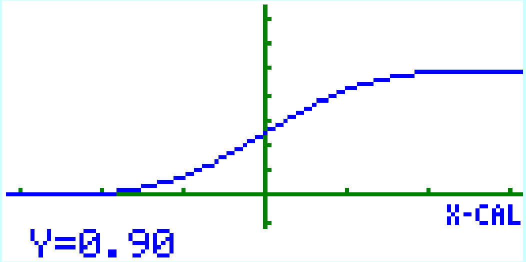


EXE

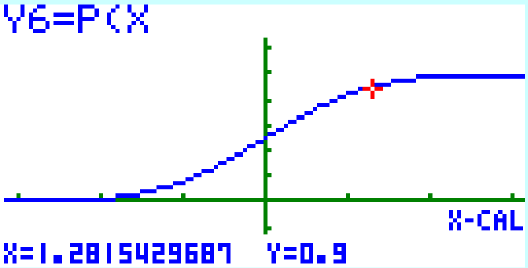


Para qué valor de "x" la función P(x) tendrá como valor 0.90

G-Solve F5 ▷ F6 X·CAL F2 0 • 9



EXE



$$\frac{k-5040}{720} = 1.281 \quad \rightarrow \quad k - 5040 = 922.32 \quad \rightarrow \quad k = 5962.32$$

NOTA: La pequeña diferencia entre los valores calculados con las tablas y los de la calculadora gráfica se deben a que esta última aproxima más.

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

El número de horas que no supera (sin necesitar revisión) el 90% de este tipo de lavadoras se estima que debe de ser 5961.6

MODELO DE ACTIVIDAD (II)

Una compañía de autobuses realiza un estudio sobre el número de veces que, semanalmente, utilizan el autobús los usuarios. Se sabe que los datos se distribuyen N(10, 3). Calcula la probabilidad de que un usuario utilice el autobús:

(a) Más de 11 veces.
(b) Ocho veces o menos.
(c) Dieciséis veces.

ENCUADRANDO EL PROBLEMA

La variable en estudio viene definida como:

X ≡ " nº de veces que, semanalmente, utilizan el autobús los usuarios "

Sigue una distribución N(10, 3)

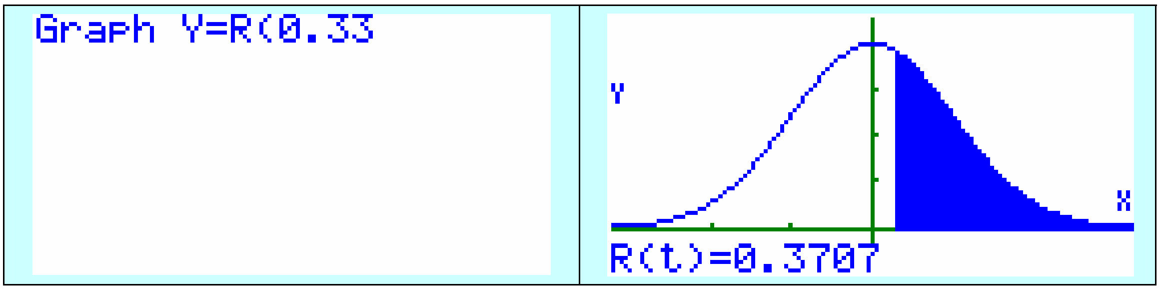
Para calcular las diferentes probabilidades debemos de "tipificar" ❶ la variable y obtener las correspondientes probabilidades en la tabla de distribución N(0, 1).

RESOLUCIÓN apartado (a)

Tipificamos la variable $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$$P(X > 11) \overset{❶}{=} P\left(Z > \frac{11-10}{3}\right) = P(Z > 1/3) \cong P(Z > 0.33)$$

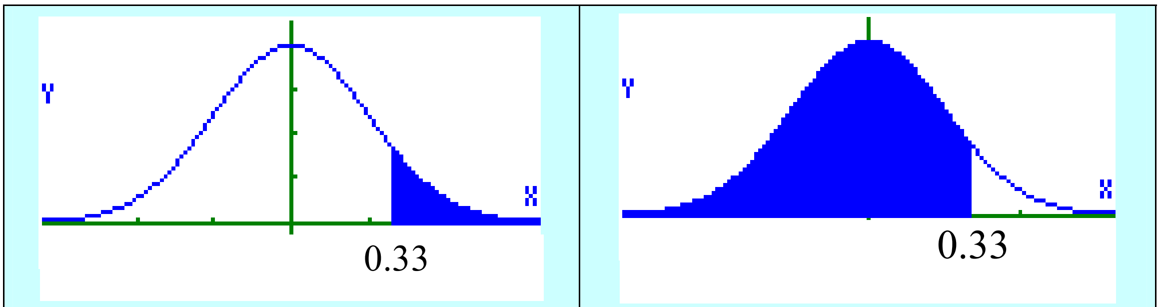
(A) CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA



P(Z > 0.33) = 0.3707

(B) UTILIZANDO LAS TABLAS

$$P(X > 11) \overset{❶}{=} P\left(Z > \frac{11-10}{3}\right) = P(Z > 0.33)$$



P(Z > 0.33) = 1 - P(Z ≤ 0.33) = 1 - F(0.33)

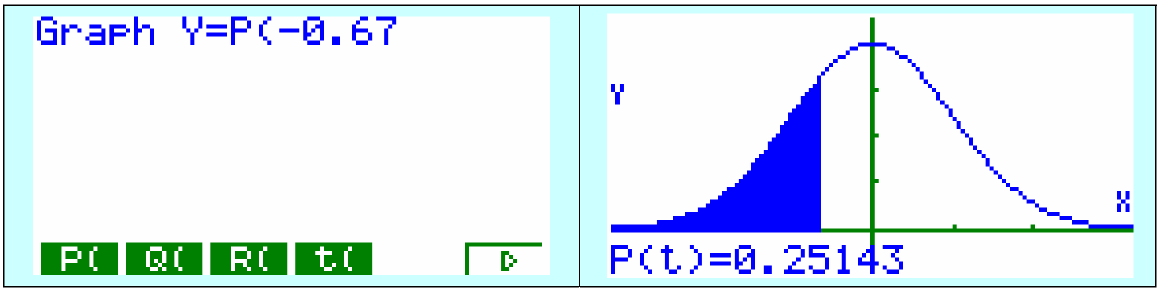
1 - F(0.33) = 1 - 0.6293 = 0.3707

La probabilidad de que un usuario utilice el autobús más de 11 veces es 0.3707.

RESOLUCIÓN apartado (b)

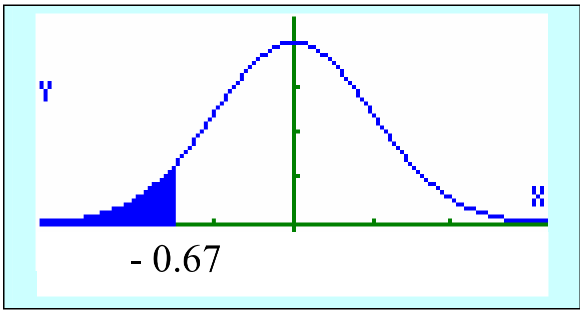
$$P(X \le 8) \overset{❶}{=} P\left(Z \le \frac{8-10}{3}\right) = P(Z \le -0.67)$$

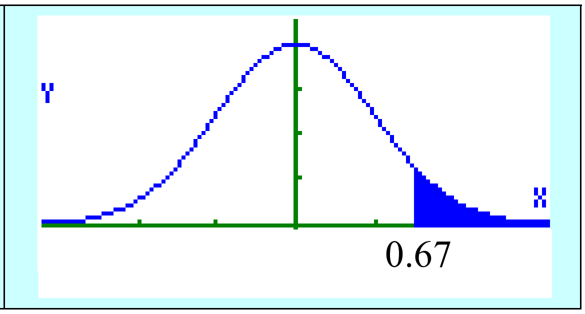
(A) CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA



(B) UTILIZANDO LAS TABLAS

$$P(X \le 8) \overset{❶}{=} P\left(Z \le \frac{8-10}{3}\right) = P(Z \le -0.67)$$

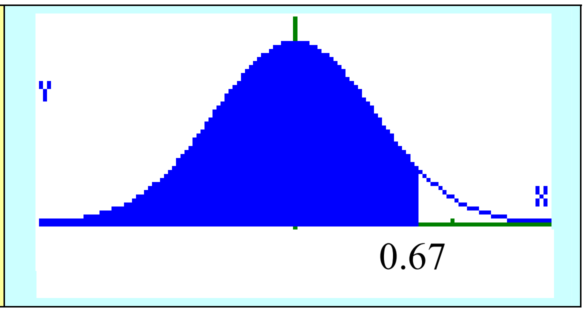




$1 - P(Z \leq 0.67) =$

$= 1 - 0.7486 =$

$= 0.251$



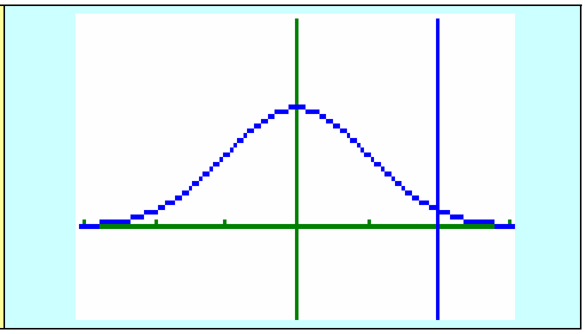
La probabilidad de que un usuario utilice el autobús 8 veces o menos es 0.251

RESOLUCIÓN apartado (c)

La función de distribución de la normal nos da áreas que nos permiten calcular probabilidades. El área de una línea es cero y por tanto la probabilidad de que la variable aleatoria continua tome un valor concreto también.

$$P(X = 16) = P\left(Z = \frac{16-10}{3}\right) =$$

$$= P(Z = 2) = 0$$



Una vez finalizada la breve presentación teórica del tema y alguna actividad básica, propondremos ACTIVIDADES INDAGATORIAS tipo TEST, con una respuesta a elegir de entre varias, con el objetivo de CONSOLIDAR y comprobar el grado de comprensión de los conceptos. La respuesta será individual, trabajada en casa y registrada en el cuaderno, para una posterior puesta en común y discusión en clase, actuando el profesor como moderador, buscando el debate y la reflexión.

PROPUESTAS DE ACTIVIDADES INDAGATORIAS TIPO TEST

NOTA: Se puede utilizar como herramienta auxiliar cualquier tipo de calculadora.

01.- ¿Cuál es la media de una distribución normal tipificada?

- ❑ 1
- ❑ 0
- ❑ $1.96 \cdot \sigma$
- ❑ Depende de cada distribución.

02.- Si una variable que se distribuye normalmente presenta una media de 100 y una desviación estándar de 10. ¿Cuál es la probabilidad teórica de encontrar un sujeto en el intervalo 80 – 120?

- ❑ 95.44 %
- ❑ 65.07 %
- ❑ No se puede calcular con estos datos
- ❑ 78.65 %
- ❑ 68.26 %

03.- Las variables biológicas siguen mayoritariamente:

- ❑ La distribución Binomial.
- ❑ La distribución Normal.
- ❑ Ninguna respuesta es correcta.
- ❑ La distribución de Gauss.

04.- La curva de Gauss se caracteriza por:

- ❑ Ser simétrica respecto a la media.
- ❑ Encierra un área entre $-\infty$ y $+\infty$
- ❑ Su área total es la unidad.
- ❑ Todas las respuestas son correctas.

05.- Tipificar una variable significa

- ❑ Transformar la variable en otra que sigue una distribución N(0, 1).
- ❑ Poder trabajar con una distribución binomial de parámetros conocidos.
- ❑ Calcular probabilidades aplicando la regla de Laplace.
- ❑ Modificar los parámetros que caracterizan la variable.

06.- Sea X una v.a con distribución N(4, 2), entonces

- ❑ $P(X > 5) < 0.5$
- ❑ $P(X > 5) = 0.5$
- ❑ $P(X > 5) = \frac{5-4}{2}$
- ❑ $P(X > 5) > 0.5$

07.- La distribución normal se caracteriza por ser simétrica a uno de los parámetros que la define, este parámetro es

❑ La media.

❑ La varianza.

❑ La desviación típica.

❑ La mediana.

08.- La variación de la desviación típica en las distribuciones normales se manifiestan en la gráfica que las caracteriza en

❑ Su posición respecto al eje de abscisas.

❑ Su posición respecto al eje de ordenadas.

❑ Su grado de apuntamiento.

❑ Su mayor o menor área.

09.- En una muestra aleatoria extraída de población sana se encuentra que una variable bioquímica tiene como media 90 y desviación típica 10. La afirmación: "aproximadamente el 95% de los individuos sanos tienen un valor de esa variable comprendido entre 70 y 110" es correcta:

❑ Siempre.

❑ Nunca.

❑ Sólo si la variable tiene distribución normal.

❑ Sólo si la muestra es suficientemente grande.

❑ Sólo si la variable tiene distribución normal y la muestra es suficientemente grande.

10.-¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la distribución normal NO es correcta?

❑ La media, la mediana y la moda coinciden.

❑ Es simétrica respecto a la media.

❑ Está definida por una función de probabilidad continua.

❑ Queda perfectamente definida por la media y la varianza.

❑ El intervalo media más menos desviación estándar incluye aproximadamente el 95% de los valores.

11.- En variables aleatorias continuas la probabilidad de que la variable tome un valor concreto es:

❑ No se puede calcular.

❑ Cero, la función de distribución empleada para calcular probabilidades nos da áreas y el área de una línea es cero.

❑ Depende siempre del valor pedido.

❑ Sólo se puede calcular si las muestras son muy grandes.

❑ Debemos de transformar la variable en otra nueva que siga distribución de parámetros N(0, 1).

12.- Sea X una v.a con distribución N(μ, 2), entonces

- ❑ P(X > μ + 1) < 0.5
- ❑ P(X > μ + 1) = 0.5
- ❑ P(X > μ + 1) = $\frac{\mu + 1 - \mu}{2}$
- ❑ P(X > μ + 1) > 0.5

13.- En un estudio realizado en una muestra de 300 sujetos se informa que su edad media es de 50 años, con una desviación estándar de 10 años. ¿Cuál es el significado de estas cifras?

- ❑ Las edades de los sujetos de la muestra se sitúan entre 40 y 60 años.
- ❑ Las edades de los sujetos de la muestra se sitúan entre 30 y 70 años.
- ❑ El 95% de los sujetos de la muestra tienen edades entre 40 y 60 años.
- ❑ El 95% de los sujetos de la muestra tienen edades entre 30 y 70 años.
- ❑ La edad que se ha presentado con mayor frecuencia en los sujetos de la muestra es de 50 años.

14.- A medida que aumenta el valor de la media μ en una distribución normal, la gráfica que la representa

- ❑ Se desplaza a la derecha respecto al eje de ordenadas.
- ❑ Se desplaza hacia arriba con respecto al eje de abscisas.
- ❑ Se desplaza a la izquierda respecto al eje de ordenadas.
- ❑ No se desplaza respecto a ninguno de los ejes.

Pocos son los profesores que no utilizan las tablas de la Normal para afrontar este tema; de hecho, aquellos que se atreven a hacerlo aplicando las TIC que se ponen a nuestro alcance, siguen utilizando tablas y utilizan la calculadora para comprobar si los resultados obtenidos son los correctos y así poder afirmar que el problema está bien, simplemente porque estamos metidos en un sistema y tenemos el temor de que otro profesor que pueda impartir la materia en un próximo curso siga utilizando esos métodos ancestrales y nuestros alumnos se encuentren en franca desventaja.

Derribemos poco a poco esas barreras y démosle prioridad al razonamiento, la reflexión y la comprensión de conceptos, huyendo de cálculos matemáticos superfluos.

Visítanos en:
www.aulamatemática.tk
www.classpad.tk

Para cualquier duda, soluciones del test, intercambio de opiniones, materiales, sugerencias, petición de materiales... no dudéis en poneros en contacto con nosotros:

abelj@telecable.es   rosanaag@telecable.es